МІЖРЕГІОНАЛЬНА
АКАДЕМІЯ УПРАВЛІННЯ ПЕРСОНАЛОМ

МАУП

В. Т. Циба

МАТЕМАТИЧНІ ОСНОВИ СОЦІОЛОГІЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ:
КВАЛІМЕТРИЧНИЙ ПІДХІД

Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник
для студентів вищих навчальних закладів

Київ 2002

ББК 60.5в6я73
Ц56

Рецензенти: *В. І. Судаков, д-р соціол. наук, проф.*
В. В. Москаленко, д-р філос. наук, проф.

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
(лист № 14/18.2-897 від 19.06.01)

Схвалено Вченою радою Міжрегіональної Академії управління персоналом (протокол № 2 від 26.02.02)

Циба В. Т.
Ц56 Математичні основи соціологічних досліджень: кваліметричний підхід. — К.: МАУП, 2002. — 248 с.: іл. — Бібліогр. в кінці частин.

ISBN 966-608-226-8

Пропонований посібник складається з трьох частин. У першій частині розглянуто основні поняття теорії ймовірностей і математичної статистики, її сутнісні особливості, закони розподілу ймовірностей випадкових величин, методів соціологічних і соціально-психологічних досліджень. У другій частині подано основи теорії кваліметрії, аксіоматичні концепції якої є базою теорії вимірювання властивостей різної природи і порівняльного аналізу різних вимірювань, систематизації математичних методів дослідження. Третя частина присвячена математичним методам соціологічних досліджень на основі кваліметричного підходу до їх систематизації і трактування.

Для студентів, аспірантів, викладачів, фахівців гуманітарних і природничих наук.

ББК 60.5в6я73

ISBN 966-608-226-8

Вступ

Термін "*кваліметрія*" означає вимірювання *якості*. Під *кваліметричним підходом* до викладу математичних основ соціологічних досліджень розуміють методологічний принцип систематизації математичних засобів, які використовують у соціологічних та інших природничих і гуманітарних науках. Кваліметричний підхід дає змогу розглядати досліджувані явища з позиції їх якісного подання щодо понятійного апарату *діалектики*. Саме діалектичні світоглядні уявлення покладено в основу *соціальної кваліметрії* — науки про формалізацію соціальних явищ, операціоналізацію і вимірювання їх соціальних властивостей. Ці діалектичні уявлення, поєднані з математичним апаратом математичної статистики та інших математичних дисциплін, дають можливість поглибити теорії різних природничих і гуманітарних наук, зокрема соціології та соціальної психології.

У соціальній дійсності статистичні сукупності становлять люди. Центральними поняттями при вивченні таких сукупностей є *випадкові події* (ВП), *випадкові величини* (ВВ) *і випадкові функції* (ВФ).

Одним із фундаментальних понять будь-якої науки (у тому числі соціології та соціальної психології), що використовує математичний апарат теорії ймовірностей та математичної статистики, є *якість*. За визначенням *якість* — це множина *однорідних* і *рівноінтенсивних елементів певної природи*. Поняттю якість у математичній статистиці відповідають поняття генеральної і вибіркової сукупностей елементів будь-якої природи, зокрема соціальні сукупності, елементами яких є люди. Згідно з наведеним визначенням якість вичерпно описують три показники — *номінал*, *кількість* і *ступінь якості*. Значення цих показників у вигляді *символів*, *кардинальних* і *ординальних чисел* визначаються відповідно на *класифікаційних*, *кумулятивних* і *стратифікаційних шкалах*.

У соціологічних і соціально-психологічних дослідженнях розрізняють випадкові події і випадкові величини.

Випадкові події пов’язані з класифікаціями за *видовими* номіналами якостей, на які розщеплюється номінал *родової* якості. Повний перелік цих номіналів становить *номінальну*, або *класифікаційну*, *шкалу*. Наприклад, під випадковою подією розумітимемо спробу, суть якої полягає в тому, що навмання вибраний з генеральної сукупності конкретний індивід, скажімо, за професією (це номінал, або класифікаційна ознака, родової якості “професія”), виявиться або менеджером, або вчителем, або інженером тощо (це номінали, або класифікаційні ознаки, видових якостей “менеджер”, “вчитель”, “інженер” та ін., перелік яких становить номінальну шкалу).

Випадкові величини пов’язані зі стратифікаціями фахівців за ступенями інтенсивності якості, і їх значення фіксуються на *ординальних*, або *стратифікаційних*, *шкалах*. Наприклад, під випадковою величиною розумітимемо спробу, суть якої полягає в тому, що навмання вибраний з генеральної сукупності операторів конкретний фахівець виявиться оператором або *I*, або *II*, або *III* розряду.

За методологією *системного підходу* кожна система, у тому числі й статистична, розглядається у *статиці* й *динаміці. Багатомірна класифікація* фахівців (значень випадкових подій) і *багатомірна стратифікація* фахівців (значень випадкових величин) описуються *багатомірним статистичним розподілом* ВП або ВВ, який можна назвати *соціальною статистичною структурою сукупності.*

Випадкова функція, яка виражає зміну розподілу випадкової події або випадкової величини в часі, описує статистичний соціальний процес. У даному викладі розглядаються статистичні структури, тобто статистичні розподіли сукупностей випадкових подій і випадкових величин, і не розглядаються статистичні процеси.

Пропонований посібник складається з трьох частин. У першій подано базовий матеріал з теорії ймовірностей і математичної статистики, необхідний для опрацювання емпіричних даних соціологічних досліджень. У другій частині розглянуто основи теорії кваліметрії, її понятійний апарат і сутність якісної будови речей навколишньої реальності. Третя частина присвячена кваліметричному підходу до викладу математичних основ дослідження соціальних явищ, систематизації показників, шкал, принципів і методів вимірювання, порівняльному аналізу даних різних досліджень.

Частина I

ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ

Розділ 1

ПРЕДМЕТ І ПОРІВНЯЛЬНІ ВИЗНАЧЕННЯ ОСНОВНИХ ПОНЯТЬ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ

1.1. СУТНІСНІ ОСОБЛИВОСТІ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ

Соціологічні та соціально-психологічні дослідження базуються на теорії ймовірностей і математичній статистиці, а це означає, що в основі обстежуваного типу статистичних соціальних явищ лежать закономірності, які вивчає ця наука. Ідеться про *ізоморфне* (*гомоморфне*) *відображення* розподілу сукупності осіб за певними властивостями (характеристиками) на відповідну математичну мову у вигляді аналітичного виразу, який називається *соціально-математичною моделлю*. Крім того, апарат теорії ймовірностей і математичної статистики використовують для перевірки статистичних гіпотез щодо оцінки параметрів соціальних статистичних розподілів.

Розглянемо основні поняття та формули теорії ймовірностей і математичної статистики, необхідні для аналізу статистичних даних соціологічних і соціально-психологічних досліджень [3].

Теорія ймовірностей є теоретичною основою математичної статистики.

Теорія ймовірностей — це розділ суто математики. Закони цієї теорії виводяться *дедуктивно* на основі основоположних аксіом.

Математична статистика — це розділ прикладної математики. Теорія математичної статистики будується *індуктивно* на основі емпіричного матеріалу, виведенні законів шляхом узагальнення фактів.

Математична статистика вивчає закономірності масових явищ, які мають імовірнісно-випадковий характер, у зв'язку з чим одиничне спостереження з притаманними йому особливостями неоднозначно відображає загальне явище. Тому аргументація висновків математичної статистики базується на законах теорії ймовірностей.

Між поняттями теорії ймовірностей і математичної статистики існує певна відповідність.

Випадковою називають подію, результат якої неможливо передбачити. Сукупність різних результатів випадкової події утворює множину, якщо ці результати *рівноможливі*, *несумісні* і становлять *повну групу.* Наприклад, відповідь фахівця "Я — менеджер" на запитання "Хто ви за фахом?" є випадковою подією в тому розумінні, що при довільному випадковому виборі респондента для соціологічного опитування з картотеки фахівців не накладається жодних умов щодо фаху. Отже, сукупність відповідей випадково вибраних респондентів утворює множину, оскільки при виборі осіб для опитування фахівці будь-якої професії з переліку професій мають однакову можливість потрапити в коло опитуваних; відповіді їх несумісні, оскільки жоден спеціаліст не може водночас бути, наприклад, вчителем, менеджером і металургом; відповіді їх становлять повну групу подій, оскільки кожний опитуваний повинен обов'язково відповісти щодо однієї з професій, оскільки фахівців, які б не мали жодної з перелічених професій (за припущенням), немає.

Загалом при опитуванні респондентів сукупність результатів відповідей на запитання соціологічної анкети за дотриманням наведених умов становить множину елементарних результатів випадкової події. Для повного визначення випадкової події важливо знати не лише про множину її результатів, а й як часто кожний результат зустрічається у великій серії випадкових подій — у вибірковій сукупності соціологічного дослідження. У теорії ймовірностей передбачення випадкової події визначається за допомогою поняття *ймовірності* — оцінки можливості появи випадкової події. Імовірність випадкової події є деякий репер, за допомогою якого можна порівнювати різні випадкові події, задані на деякій множині можливих результатів.

Імовірністю p випадкової події називають відношення кількості результатів n', що сприяють цій події, до загальної кількості можливих елементарних подій n:

$$p = \frac{n'}{n}.$$

Наприклад, якщо з 10 фахівців 7 менеджерів, то ймовірність того, що навмання вибраний фахівець виявиться менеджером, дорівнює 0,7.

У математичній статистиці поняттю “ймовірність” відповідає поняття “*відносна частота*”. Для того щоб визначити відносну частоту w випадкової події, потрібно спочатку визначити *абсолютну частоту* n^* появи цієї події і її частку в загальній кількості подій n. Так, якщо конкретно опитано 10 фахівців стосовно їх спеціальності й виявилося, що 7 з них менеджери, то число 7 є абсолютною частотою, а дріб 7/10 — відносною.

Відносною частотою w випадкової події називають відношення кількості випробувань, в яких подія з’явилась n^* разів, до загальної кількості фактично виконаних випробувань n:

$$w = \frac{n^*}{n}.$$

Із порівняння формул для визначення ймовірності й відносної частоти випливає, що для розрахунку ймовірності не потрібне фактичне здійснення випробувань, а розрахунок відносної частоти базується на кількості фактично виконаних випробувань. У цьому полягає сутність дедуктивного й індуктивного способів пізнання [4]. При багаторазовій реалізації дослідження в однакових умовах виявляється, що відносній частоті w властива стійкість і в разі збільшення кількості випробувань n вона дорівнює граничному значенню імовірності p [3, с. 102]:

$$\lim_{n \to \infty} w_n = p.$$

1.2. СУТНІСТЬ ВИПАДКОВИХ ПОДІЙ. ІЗОМОРФІЗМ РЕАЛІЗАЦІЙ ВИПАДКОВИХ ПОДІЙ І ЇХ ІМОВІРНОСТЕЙ

Під час соціологічних досліджень соціолог виконує змістовий аналіз множини елементарних випадкових подій, результати яких фіксуються в соціологічних анкетах і ізоморфно (або гомоморфно) відображаються мовою математичної логіки. Певним операціям над результатами випадкових подій відповідають математичні операції над числами в теорії ймовірностей [5]. Власне, ця відповідність є також ізоморфним відображенням світу реальних подій (у символіці математичної логіки) мовою теорії ймовірностей на числовій шкалі 0–1 (зауважимо, що ймовірність є величиною інтенсивною, а не екстенсивною, і вимірювання на відповідній шкалі означає ступінь інтенсивності, який виражається на ординальній або стратифікаційній шкалі, про що йтиметься у другій частині посібника).

Найпростішу бінарну, або дихотомічну, шкалу можна розглядати і як класифікаційну, і як стратифікаційну. На цій шкалі елементи сукупності розподіляються за двома альтернативними ознаками. Наприклад, сукупність людей може розподілятися за статтю на чоловіків і жінок. Це приклад класифікації, згідно з якою номінал родової якості "людина" поділяється на два номінали видових якостей — "чоловіки" і "жінки". Якщо сукупність людей розподіляється на дві підсукупності за освітою, тобто на осіб з вищою освітою і без вищої освіти, — це приклад стратифікації, згідно з якою стратифікаційна шкала освіти, яка включає весь діапазон рівнів освіти від неграмотних до високоосвічених осіб, зведена до двоступеневої. Бінарна шкала має два значення, які можна позначити символами "Так" і "Ні" або цифрами 1 і 0. Розподіл осіб на такій шкалі здійснюється за результатами опитування, що виконується за допомогою дихотомічного питання з можливим одним із двох варіантів відповіді: або "Так", або "Ні". Водночас зауважимо, що при класифікації значення альтернатив рівноцінні (чоловіки і жінки), а при стратифікації ці значення не рівноцінні (вищий перший рівень, а нижчий — нульовий). З позиції предмета теорії ймовірностей і математичної статистики в першому прикладі йдеться про випадкові події, у другому — про випадкові величини. Але формально алгебраїчні операції над ними однакові.

Наведемо основні положення алгебри випадкових подій і алгебри ймовірностей їх результатів, які використовують у змістовому аналізі характеристик з дихотомічними шкалами.

Алгебра випадкових подій	**Алгебра ймовірностей випадкових подій**
1. *Достовірна подія* U полягає у здійсненні хоча б однієї з подій множини $\{u\}$.	*Імовірність достовірної події* U дорівнює одиниці: $p(U) = 1.$
2. *Неможлива подія* V полягає в тому, що не здійснюється жодної з подій множини $\{u\}$.	*Імовірність неможливої події* V дорівнює нулю: $p(V) = 0.$
3. *Подія* A міститься між неможливою подією V і достовірною U: $V \subseteq A \subseteq U.$	*Імовірність події* A міститься між імовірностями неможливої події V і достовірної U: $0 \le p(A) \le 1.$

4. *Об'єднання C* (логічна сума — диз'юнкція $\dot{\bigcup}$) двох подій A і B полягає у здійсненні хоча б однієї з них:

а) несумісних (строга диз'юнкція $\dot{\bigcup}$)

$$C = A \dot{\bigcup} B;$$

б) сумісних (слаба диз'юнкція $\bigcup$)

$$C = A \bigcup B - A \bigcap B.$$

5. *Суміщення D* (логічний добуток — кон'юнкція $\bigcap$) двох подій A і B полягає у здійсненні обох подій:

а) незалежних

$$D = A \bigcap B;$$

б) залежних

$$D = A_B \bigcap B.$$

Суміщення двох несумісних подій A і B адекватно неможливій події V:

$$A \bigcap B = V.$$

6. *Доповненням* (логічне заперечення) події A є протилежна їй подія $\bar{A}$:

$$\bar{A} = U \neg A.$$

Об'єднання і суміщення протилежних подій:

$$A \bigcup \bar{A} = U;$$
$$A \bigcap \bar{A} = V.$$

Імовірність об'єднання C двох подій A і B (теорема складання ймовірностей):

а) несумісних

$$p(C) = p(A) + p(B);$$

б) сумісних

$$p(C) = p(A) + p(B) - p(A \bigcap B).$$

Імовірність суміщення D двох подій A і B (теорема перемноження ймовірностей):

а) незалежних

$$p(D) = p(A)\, p(B);$$

б) залежних

$$p(D) = p(A|B)\, p(B).$$

Імовірність $p(A|B)$ події A за умови, що мала місце подія B, називається *умовною.* Умовна ймовірність незалежних подій $A \bigcap B$ дорівнює безумовній:

$$p(A|B) = p(A).$$

Імовірність суміщення двох несумісних подій A і B дорівнює нулю:

$$p(A)\, p(B) = 0.$$

Імовірність доповнюючої події $\bar{A}$, що протилежна події A:

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A).$$

Імовірність об'єднання і суміщення протилежних подій:

$$p(A) + p(\bar{A}) = 1;$$
$$p(A)\, p(\bar{A}) = 0.$$

Ізоморфізм між конфігураціями випадкових подій і числовими системами зумовлює можливість відображення їх за допомогою математичних операцій.

Задачі із застосуванням теорії ймовірностей і математичної статистики завжди передбачають наявність системи S подій, які настають або не настають після кожної реалізації деякого комплексу умов. Стосовно цієї системи доцільно зробити такі припущення:

а) якщо системі S належать події A і B, то їй належать також події

$A \bigcup B$ і $A \bigcap B$;

б) система S містить достовірну подію U і неможливу V.

Система, яка задовольняє ці умови, називається *полем подій. Неподільні події* називаються *елементарними.* Множина елементарних подій утворює *простір елементарних подій.*

Якщо

$$A = \bigcup_{i=1}^{N} B_i$$

і події B_i попарно несумісні, тобто

$$B_i \cup B_j = V \text{ при } i \neq j,$$

то кажуть, що подія A поділяється на частинні випадки: $B_1, B_2, \ldots, B_N$.

Події $B_1, B_2, \ldots, B_N$ утворюють *повну групу подій,* якщо хоча б одна з них повинна неодмінно наступити при здійсненні деякого комплексу умов

$$\bigcup_{i=1}^{N} B_i = U.$$

Стосовно соціологічних досліджень усі можливі варіанти відповідей на запитання соціологічної анкети утворюють поле подій, причому всі запитання повинні бути строго диз'юнктивними (включаючи дихотомічні) і мати номінальні шкали (якщо події A, B,… не є величинами; без порушення узагальнення сказане стосується випадкових величин, які визначаються на числових шкалах). В одномірному просторі подій, який є класифікацією елементарних об'єктів за однією родовою основою на номінальній шкалі (наприклад, питання анкети про професію респондента), один з варіантів відповіді ("менеджер") є елементарною подією. У багатомірному просторі подій, який є перехресною класифікацією за кількома родовими основами на номінальних шкалах усіх запитань анкети ("Професія", "Сімейний стан", "Стать" та ін.), певний набір варіантів відповідей ("інженер-механік", "неодружений", "чоловіча стать" та ін.) є складною випадковою подією.

Основи для класифікації, за якими звичайно ведеться статистичний облік, становлять соціально-демографічний блок соціологічної анкети, який використовують для забезпечення репрезентативності вибірки і для типології опитуваних осіб за показником щодо їх ставлення до якоїсь проблеми або за іншим показником (наприклад, щодо ставлення до мистецтва молодих менеджерів взагалі, а потім окремо юнаків і дівчат). Пошук класифікації іноді висувається як проблема соціологічного дослідження. При цьому основами класифікацій вибирають ознаки, за якими не ведеться статистичного обліку (наприклад, при організації дозвілля молоді за інтересами).

1.3. СУТНІСТЬ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН

Якщо основою подій є числова характеристика, тобто випадкові події пов'язані з дійсними числами, то можливому набору цих чисел ставиться у відповідність *випадкова величина* (ВВ).

Випадкові величини позначимо великою літерою X, а їх можливі значення — малими x. Наприклад, значення ВВ X утворюють ряд x_1, $x_2,\ldots, x_n$.

Випадкові величини поділяються на дискретні й неперервні. *Дискретною* ВВ X називається тоді, коли вона може набувати скінченну кількість різних значень $x_1, x_2,\ldots, x_n$. Наприклад, можливі відповіді на запитання анкети "Скільки разів під час спортивних занять зі стрільби ви влучили в ціль?" утворюють дискретний ряд у вигляді цілочислових значень кількості влучень, скажімо, 7, 12 і т. д. очок.

Неперервною ВВ X називається тоді, коли вона може набувати будь-яких значень у певному інтервалі числової осі: $x_\alpha \le X \le x_\beta$. Наприклад, можливі відповіді на запитання анкети "Ваш вік?" утворюють неперервний ряд, оскільки вік різних фахівців може бути виражений дробовими числами, скажімо, 18,5; 18,2; 18,25 і т. д. років.

Повернемось до обговорення суті випадкової величини. Щоб мати повну інформацію про випадкову величину, треба знати всі можливі її значення і можливу оцінку частоти (або ймовірності) появи кожного з цих значень. У принципі для дискретної випадкової величини можна зазначити ймовірності появи кожного її значення; а для неперервної випадкової величини цього зробити неможливо. Справді, серед 10 менеджерів можуть опинитися троє, які уклали на біржі по три договори. Тоді ймовірність того, що вибраний для опитування менеджер уклав три договори, дорівнюватиме 0,3. Це приклад дискретної випадкової величини.

Тепер наведемо приклад неперервної випадкової величини. Припустимо, потрібно визначити ймовірність того, що випадково вибраний менеджер має певний вік. Усі менеджери різняться за віком у як завгодно дрібно квантифікованій шкалі. Це можуть бути величини, що різняться неістотно, але це різні величини. Наприклад, дні народження, а найшвидше різняться години народження навіть якщо дні народження збігаються. Тому ймовірність того, що вибраний навмання менеджер матиме точно 18 років, дорівнює нулю.

Визначення ймовірності деякого значення неперервної випадкової величини можна звести до випадку дискретної випадкової величини, проквантувавши і перетворивши її тим самим на інтервальну, наприклад з інтервалами 2 роки: 18–19 років, 20–21 рік і т. д. Тоді ймовірність того, що вік опитуваного припадає на інтервал 18–19 років, дорівнюватиме 0,3, якщо з 10 менеджерів вік трьох припадає на цей інтервал.

У соціологічних дослідженнях, як правило, використовують прокаліброванi на інтервали шкали і для дискретних, і для неперервних величин. Тому далі розглянемо аналіз дискретних випадкових величин, однак для наочності розподілів залучатимемо функції, аргументами яких є неперервні величини.

Попередній аналіз основних понять теорії ймовірностей і математичної статистики необхідний у зв'язку з вивченням законів, яким підпорядковуються випадкові величини. Пізнання реальних статистичних явищ, у тому числі й соціальних, на чому особливо наголошуємо, полягає у виявленні законів розподілу ймовірностей випадкової величини. Закон відображає інваріантні властивості явища, а це означає, що при повторних дослідженнях одного й того самого явища або при дослідженні споріднених явищ виявляється стійка тенденція до відповідності між значеннями x_i ВВ X і її ймовірностями p_i. Будь-які відхилення від закону можуть означати не тільки похибки вибірки, а й свідчити про збурюючу дію додаткових чинників.

Контрольні питання

1. Що таке ймовірність і відносна частота, випадкова подія і випадкова величина?
2. Як співвідносяться теорія ймовірностей і математична статистика?
3. Сутність і особливості випадкових подій і їх вимірювання.
4. Сутність і особливості випадкових величин і їх вимірювання. Дискретні й неперервні випадкові величини.

Розділ 2
ЗАКОНИ РОЗПОДІЛУ ЙМОВІРНОСТЕЙ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН

2.1. ЗАКОН РОЗПОДІЛУ ЙМОВІРНОСТЕЙ ВИПАДКОВОЇ ВЕЛИЧИНИ. ПАРАМЕТРИ РОЗПОДІЛУ

Законом розподілу ймовірностей випадкових величин називається відповідність між можливими значеннями x_i ВВ X і її ймовірностями $p_i(X)$. Цей закон для дискретної випадкової величини можна задати у вигляді таблиці або графіка, а для неперервної — ще й аналітично, тобто у вигляді функції. Однак для ілюстрації розподілу дискретної випадкової величини зручно також звертатися до аналітичного вираження закону розподілу у вигляді функції, яка пов'язує ймовірність p і значення x ВВ X.

Теоретичному закону розподілу ймовірностей, який пов'язує ймовірність p_i і значення x_i ВВ X у теорії ймовірностей, відповідає статистичний розподіл, що пов'язує відносні частоти w_i і значення x_i ВВ X у математичній статистиці.

Будь-який розподіл випадкових величин (який не обов'язково підпорядковується певному закону розподілу ймовірностей) характеризується *параметрами* розподілу, основними з яких є *середня арифметична*, або просто *середня* $\overline{x}$, *дисперсія* σ^2 і середньоквадратичне відхилення σ (крім цих, використовується ряд інших параметрів) [1].

Проілюструємо можливість проявлення закону, а також його основних параметрів $\overline{x}$ і σ^2 на базі статистичних даних деякого гіпотетичного соціологічного опитування.

Скажімо, потрібно виявити закон статистичного розподілу спортсменів-стрільців за кількістю влучень у мішень під час змагань зі стрільби. Щоб закон проявився, треба випробувати велику кількість стрільців, але з ілюстративною метою обмежимося процедурою спостереження $n = 10$ осіб. ВВ X, яка виражає кількість влучень, може набувати будь-яких цілочислових значень. Припустимо, результат спостереження має такі значення x_i ВВ X, які утворюють так званий *неупорядкований ряд* (табл. 2.1).

Таблиця 2.1

i	А	Б	В	Г	Д	Е	Є	Ж	З	И
x_i	26	11	21	16	22	6	17	14	12	15

Наведений приклад ілюструє рис. 2.1.

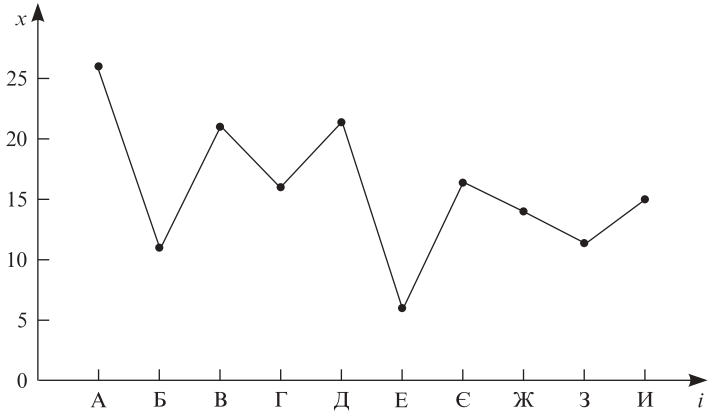


Рис. 2.1

При аналізі статистичних даних, наприклад при порівнянні цього ряду з іншим, який відображає кількість влучень іншої вибірки з 10 осіб, важко скористатися поданою в такий спосіб статистичною інформацією, оскільки неможливо виявити якусь закономірність у розподілі стрільців за кількістю влучень у мішень на змаганнях зі стрільби. Доцільніше ряд чисел, який при великих вибірках може досягати сотень і навіть тисяч, подати у вигляді ємніших показників, якими є середня $\overline{x}$, дисперсія σ^2 і середньоквадратичне відхилення σ.

Середньою арифметичною ($\overline{x}$) називається середня арифметична значень x_i відповідної властивості деякої сукупності:

$$\overline{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \ldots + x_n) = \frac{1}{n}\sum x_i. \tag{2.1}$$

Дисперсією (σ^2) називається середня арифметична квадратів відхилень значень x_i відповідної властивості деякої сукупності від їх середнього значення $\overline{x}$:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}\left[(x_1 - \overline{x})^2 + \ldots + (x_n - \overline{x})^2\right] = \frac{1}{n}\sum\left(x_i - \overline{x}\right)^2 = \overline{x^2} - \overline{x}^2. \qquad (2.2)$$

Середньоквадратичним відхиленням (*стандартом*) σ називається значення квадратного кореня з дисперсії σ^2:

$$\sigma = \pm\sqrt{\sigma^2}. \qquad (2.2')$$

У формулах (2.1), (2.2) і (2.2′) використані такі позначення: n — кількість стрільців; x_i — кількість влучень i-го стрільця; $\overline{x^2} = \frac{1}{n}\sum x_i^2$.

Визначимо, скільки влучень у середньому припадає на одного стрільця, підставивши значення x_i ВВ X з табл. 2.1 у формулу (2.1):

$$\overline{x} = \frac{1}{10}(26 + 11 + 21 + 16 + 22 + 6 + 17 + 14 + 12 + 15) = 16 \text{ влучень.}$$

Тепер визначимо, наскільки в середньому кількість влучень стрільців відрізняється від середньої кількості влучень, тобто наскільки значення x_i відхиляються від середньої $\overline{x}$ = 16. Для цього скористаємося формулами (2.2) і (2.2′):

$$\sigma^2 = \frac{1}{10}[(26-16)^2 + (11-16)^2 + (16-16)^2 + (22-16)^2 +$$

$$+ (6-16)^2 + (14-16)^2 + (12-16)^2 + (15-16)^2] = 31 \text{ (влучення)}^2;$$

$$\sigma = \pm 5{,}5 \text{ влучення.}$$

Отже, весь ряд значень випадкової величини можна охарактеризувати так: у групі стрільців у середньому припадає 16 влучень на кожного, причому відхилення від цієї середньої лежить у межах $\overline{x} - \sigma$ = = 10,5 і $\overline{x} + \sigma$ = 21,5 влучення.

Однак охарактеризувати ряд кількома параметрами недостатньо. Для пізнання явища необхідно дослідити, чи не у статистичному ряді певна стійка закономірність, яка виявляється і при спостереженні за іншими групами спортсменів-стрільців. Проте лише за даними табл. 2.1 і рис. 2.1 невпорядкованого ряду важко виявити можливу закономірну тенденцію.

Якщо розташувати стрільців у порядку збільшення кількості влучень, надавши їм відповідний ранг, одержимо так званий *ранжований ряд* (табл. 2.2).

На рис. 2.2 простежується тенденція до збільшення кількості влучень, яку можна описати аналітично після згладження ламаної.

Таблиця 2.2

Ранг i	*I*	*II*	*III*	*IV*	*V*	*VI*	*VII*	*VIII*	*IX*	*X*
Ранг I	Е	Б	З	Ж	И	Г	Є	В	Д	А
x_i	6	11	12	14	15	16	17	21	22	26

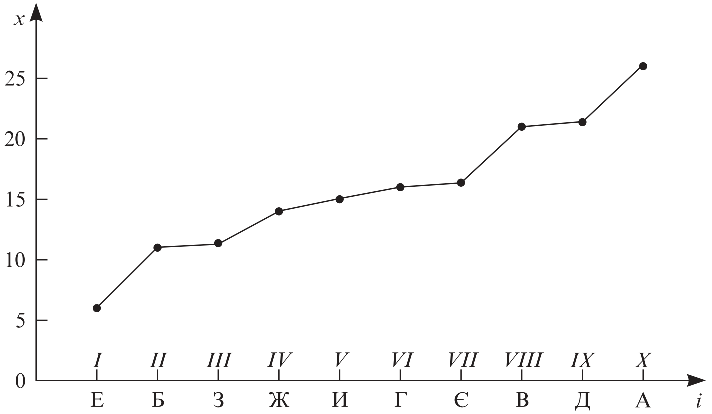


Рис. 2.2

Утворимо на шкалі можливих значень випадкової величини інтервали, скажімо, через 5 влучень і округлимо значення випадкової величини ранжованого ряду так, щоб вони були в центрах відповідних інтервалів, кратних п'яти. Одержимо також ранжований ряд уже округлених значень x_i для 10 стрільців (табл. 2.3) і відповідно рис. 2.3.

Таблиця 2.3

Ранг i	*I*	*II*	*III*	*IV*	*V*	*VI*	*VII*	*VIII*	*IX*	*X*
x_i	5	10	10	15	15	15	15	20	20	25

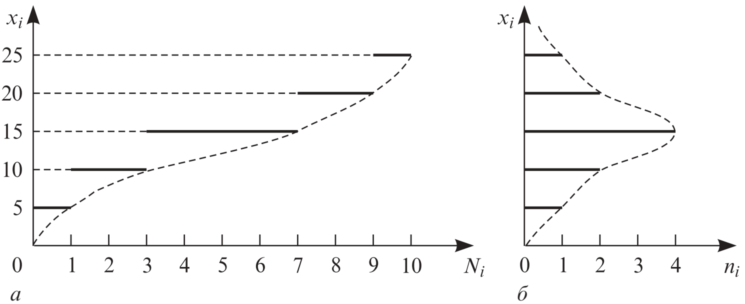


Рис. 2.3

З рис. 2.3 бачимо, що деякі значення ВВ X зустрічаються кілька разів. У розглядуваному прикладі це означає, що кілька стрільців мають однакову кількість влучених пострілів і це число розташоване в певному інтервалі на прийнятій інтервальній шкалі, прокаліброваній через 5 влучень.

Ранжований інтервальний ряд вже дає змогу виявити статистичну закономірність, якщо така є. У табл. 2.3 простежується спочатку тенденція до поступового збільшення кількості стрільців за кількістю влучних пострілів, а потім — тенденція до їх зменшення.

На рис. 2.3, *а* закономірність простежується ще чіткіше: огинаюча, яку проведено через кінці відрізків, має характерну форму неперервного зростання.

Горизонтальні відрізки, що позначені жирними лініями, за довжиною дорівнюють відповідним *частотам* n_i, тобто кількості осіб, що припадає на i-й інтервал, а горизонтальні відрізки, що подовжені до перетину з віссю ординат, за довжиною дорівнюють *накопиченим частотам* N_i, тобто кількості осіб, що не перевищує в ранжованому ряді певну межу значень випадкової величини. Наприклад, частота, яка відповідає інтервалу, що становить 20 влучень, дорівнює 2 (довжина жирної лінії на рис. 2.3, *а*), тобто 2 особи влучили близько 20 разів, а накопичена частота, яка не перевищує значення 20 влучень цього самого інтервалу, включає також частоти всіх попередніх інтервалів і дорівнює 9 (1 + 2 + 4 + 2), що відповідає довжині відрізка, що складається з жирної лінії, подовженої до перетину з віссю ординат, і це означає, що 9 стрільців зробили не більше 20 влучних пострілів.

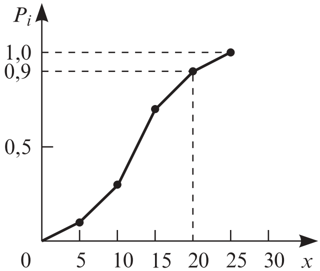
Якщо тепер горизонтальні відрізки жирних ліній, які за довжиною дорівнюють абсолютним частотам, змістити до перетину з віссю ординат, то огинаюча, якщо її провести через їх кінці, так само за формою буде деякою характерною кривою (рис. 2.3, *б*).

Якщо тепер на рис. 2.3, *а* і *б* поміняти місцями позначення осей координат так, щоб на осі абсцис відкладати значення x_i ВВ X, а на осі ординат — їх імовірності P_i і p_i (як граничні значення відносних накопичених частот W_i і звичайних w_i), і якщо виявиться, що одержані залежності P_i і p_i від x_i мають стійкий характер, то їх можна описати аналітично функціями.

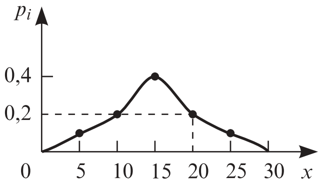
У теорії ймовірностей функції, зображені на рис. 2.4, *а* і *б*, називаються відповідно *інтегральною і диференціальною функціями розподілу ймовірностей випадкової величини, або відповідно функцією* (*накопиченою*) *ймовірності і функцією густини ймовірності* ВВ X (позначатимемо їх відповідно $P(x)$ і $p(x)$).

Такі функції можуть бути різними, але кожній з них підпорядковується певний клас явищ і тому їх називають *законами.* На системі таких законів базуються теорія ймовірностей і математична статистика, а отже, і предмет прикладних наук, які вивчають статистичні системи, у тому числі й прикладної соціології та соціальної психології. Найпоширенішим законом, якому підпорядковуються різноманітні явища, серед яких і окремі явища соціальної та психологічної природи, є *закон нормального розподілу ймовірностей* ВВ X Гаусса, який розглянемо далі.

На рис. 2.4 показано приклад, в якому ймовірність P_i того, що вибраний навмання стрілець зробив не більше 20 влучних пострілів, дорівнює 0,9 (рис. 2.4, *а*), а ймовірність p_i того, що вибраний навмання стрілець зробив саме 20 влучних пострілів, дорівнює 0,2 (рис. 2.4, *б*).



а



б

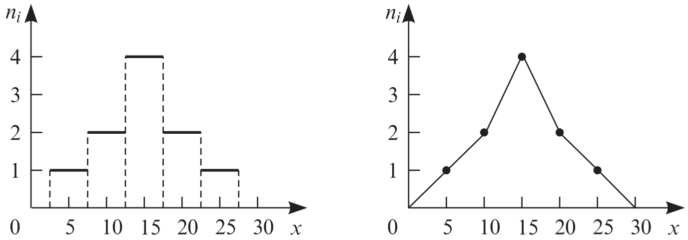
Рис. 2.4

Звернемо увагу на те, що максимальна ймовірність P на графіку накопиченої ймовірності дорівнює одиниці і сума всіх імовірностей густини ймовірностей, що вимірюється площиною під кривою, так само дорівнює одиниці (імовірність достовірної події $p = \sum p_i = 1$).

Якщо функцію розподілу густини ймовірностей ВВ X проінтегрувати, то одержимо інтегральну функцію розподілу ймовірностей ВВ X. У математичній статистиці цим функціям відповідають ряди розподілів частот і накопичених частот.

Графіки накопичених частот, що зображені на рис. 2.3, *а* і 2.4, *а*, називаються відповідно *огівою* й *кумулятою*.

Графік абсолютних або відносних частот ВВ X, зображений у вигляді прямокутних стовпчиків, називається *гістограмою* (рис. 2.5, *а*), а у вигляді ламаної — *полігоном* (рис. 2.5, *б*).



а *б*

Рис. 2.5

Знову звернемося до ранжованого ряду. Згрупуємо однакові значення ВВ X. Новоутворений ряд називається *варіаційним.* Абсолютні n_i й відносні w_i частоти значень x_i ВВ X і відповідні їм накопичені частоти N_i та W_i наведені в табл. 2.4.

Таблиця 2.4

x_i	5	10	15	20	25
n_i	1	2	4	2	1
w_i	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1
N_i	1	3	7	9	10
W_i	0,1	0,3	0,7	0,9	1,0

Використовуючи значення абсолютних або відносних частот варіаційного ряду, можна також визначити основні параметри статистичного розподілу ВВ X — середню арифметичну зважену $\overline{x}$ і дисперсію σ^2:

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \sum x_i w_i; \tag{2.3}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \overline{x})^2 n_i}{\sum n_i} = \sum (x_i - \overline{x})^2 w_i, \tag{2.4}$$

де x_i — значення ВВ X; n_i, $w_i = \dfrac{n_i}{\sum n_i}$ — частоти відповідно абсолютна та відносна; i змінюється від 1 до k за кількістю інтервалів $k = 5$.

Використовуючи дані табл. 2.4, знаходимо

$$\bar{x} = 5 \cdot 0{,}1 + 10 \cdot 0{,}2 + 15 \cdot 0{,}4 + 20 \cdot 0{,}2 + 25 \cdot 0{,}1 = 15.$$

Для розрахунку дисперсії доцільно використовувати формулу (2.4), трансформовану до такого вигляду (порівняйте з (2.2)):

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \sum x_i^2 w_i - \bar{x}^2. \qquad (2.4^*)$$

Підставляючи у формулу (2.4′) числові значення, дістаємо

$$\sigma^2 = 5^2 \cdot 0{,}1 + 10^2 \cdot 0{,}2 + 15^2 \cdot 0{,}4 + 20^2 \cdot 0{,}2 + 25^2 \cdot 0{,}1 - 15^2 = 32{,}5;$$

$$\sigma \approx \pm 5{,}6.$$

Досі йшлося про випадкову величину, яка може набувати певних значень, що становлять шкалу деякої характеристики x, наприклад значення можливої кількості влучних пострілів стрільців на відповідній інтервальній шкалі. Суть кількісних вимірювань полягає у визначенні цих значень для конкретної сукупності осіб.

Формули (2.1)–(2.4′) використовують також для вимірювання кількісних характеристик, які фіксують відсутність або наявність певного значення характеристики в опитуваної особи, тобто для вимірювання випадкових величин, які можуть набувати тільки двох значень — 0 і 1, що відповідають відповідям “Ні” й “Так” на дихотомічне запитання соціологічної анкети. Нехай частка осіб, які мають значення характеристики $x_0 = 0$, становить $w_0 \equiv q$, а частка осіб, які мають значення характеристики $x_1 = 1$, становить $w_1 \equiv 1 - q = p$. Підставляючи ці значення у формулу (2.3), знаходимо

$$\bar{x} = \sum x_i w_i = x_0 w_0 + x_1 w_1 = 0 \cdot q + 1 \cdot p = p. \qquad (2.3')$$

Таким чином, середня арифметична характеристики з бінарною шкалою 0–1 виражає частку осіб, які мають цю якість ($x_1 = 1$) у загальній сукупності.

Підставляючи відповідні величини у формулу (2.4), знаходимо

$$\sigma^2 = \sum (x_i - \bar{x})^2 w_i = (x_0 - \bar{x})^2 w_0 + (x_1 - \bar{x})^2 w_1 =$$
$$= (0 - p)^2 q + (1 - p)^2 p = p^2 q + q^2 p =$$
$$= pq(p + q) = pq \equiv w_1 w_0. \qquad (2.4')$$

Зазначимо, що для згорнутої шкали інтенсивної величини в дихотомічну максимальною дисперсія буде при рівному розподілі опитуваних осіб між альтернативними значеннями 0 і 1, тобто при $p = q = 0{,}5$:

$$\sigma^2 = pq = 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25.$$

Верхню межу дисперсії використовують у розрахунку чисельності вибіркової сукупності (див. третю частину).

Порівнюючи основні поняття теорії ймовірностей і математичної статистики, зазначимо, що розподіл імовірностей ВВ X визначається числовими характеристиками [3, с. 68, 80] — *математичним очікуванням*

$$M[X] = x_1 p_1 + \ldots + x_k p_k = \sum x_i p_i \qquad (2.3'')$$

і *дисперсією*

$$D[X] = M\left[(X - M[X])^2\right] = (x_1 - M[X])^2 p_1 + \ldots + (x_k - M[X])^2 p_k = \\ = \sum (x_i - M[X])^2 p_i, \qquad (2.4'')$$

яким у математичній статистиці відповідають середня арифметична $\bar{x}$ [див. (2.3)] і дисперсія σ^2 [див. (2.4)]. З порівняння формул для обчислення σ^2 і $D[X]$ [відповідно (2.4) і (2.4″)] випливає, що формально вони ідентичні, але включають відповідно частоти w_i і ймовірності p_i.

Імовірнісні розподіли ВВ X і їх числові характеристики $M[X]$ і $D[X]$ називають *теоретичними,* а статистичні розподіли і їх параметри $\bar{x}$ і σ^2 — *емпіричними,* оскільки перші характеризують ідеальні явища, а другі — реальні.

Наведемо основні властивості числових характеристик.

Математичне очікування	Дисперсія
1) постійної (невипадкової) величини C	
$M[C] = C$	$D[C] = 0$
2) випадкової величини, помноженої на постійний множник ВВ CX	
$M[CX] = CM[X]$ (2.5)	$D[CX] = M[(CX - M[CX])^2] =$ $= M[(CX - CM[X])^2] =$ $= M[C(X - M[X])^2] =$ $= C\,M[(X - M[X])^2] =$ $= C^2 D[X]$ (2.5′)
3) суми кількох незалежних ВВ $\sum X_i$	
$M[\sum X_i] = \sum M[X_i]$ (2.6)	$D[\sum X_i] = \sum D[X_i]$ (2.6′)
4) добутки кількох незалежних ВВ ΠX_i	
$M[\Pi X_i] = \Pi M[X_i]$	—

Зробимо стислі висновки і спробуємо осмислити, як невпорядкований ряд, наведений у вигляді табл. 2.1, виявився на рис. 2.4, *а* і *б* у вигляді характерних кривих. Або в загальнішій формі: чому сім'я рядів сукупності осіб (але більшої чисельності, ніж у попередній ілюстрації) у кожному випадку описується однією й тією самою функцією? Чи не парадоксально, що незважаючи на випадковий характер формування цих рядів із загальної сукупності, характерна картина їх розподілу за цією властивістю (влучністю стрільців, яка виражається кількістю влучних пострілів) має стійкий характер, тобто підпорядковується закону розподілу ймовірностей випадкової величини? Як "уживаються" випадковість і детермінованість? Відповідь на ці запитання дає закон великих чисел [1, с. 158; 2, с. 94]. Смисл залежності, що явилася, полягає в тому, що влучність стрільців на змаганнях зі стрільби визначається деяким стійким значенням кількості влучень для більшості з них (область в околі максимуму кривої на рис. 2.4, *б*). Можна очікувати таку саму картину розподілу й за іншими характеристиками, наприклад за успішністю навчання з будь-якого предмета: більшість спортсменів мають задовільні й добрі оцінки, а незадовільні й відмінні — менша їх частина.

"Секрет" виявлення закону розподілу ймовірностей полягає в тому, що дія домінуючого детермінуючого чинника прихована невпорядкованою дією багатьох випадкових чинників. Наприклад, влучність пострілів у мішень з гармати визначається механізмом наведення на ціль, дія якого є домінуючою порівняно з такими чинниками, як вплив на траєкторію снаряда вітру, дощу, інших метеорологічних умов, а також майстерності стрільця щодо точності влучання, які "розсіюють" стержневе (середнє) значення. Це стосується й успішності: її значення визначається інтелектуальним розвитком, середній рівень якого для більшості курсантів однаковий. Відхилення ж визначаються різною обдарованістю, підготовкою, умовами навчання, виховання тощо. Таким чином, стійкість статистичній системі надає спільність деякої характеристики, цілі, смаку, однакового погляду або ставлення до проблеми тощо, які переважають над особливостями окремих осіб. Суперечності між випадковим характером формування сукупності осіб і стійким характером закону їх розподілу немає, бо випадковість стосується окремих осіб з їхніми індивідуальними особливостями, а стійкість — їхньої сукупності з односпрямованою дією домінуючого чинника. Так у законі великих чисел виявляється закон діалектики про співвідношення випадкового й необхідного. Згідно з Б. Ястремським, “сутність закону великих чисел, або закону середньої, полягає у *взаємовідношенні* випадкових відхилень при об’єднанні їх у великі маси. Сукупна дія великої кількості випадкових чинників веде до результатів, що майже не залежать від випадку… Кожне дане виявлення закону середньої полягає у *взаємопогашенні* відхилень, але зовсім не в утворенні цього рівня. Закон середньої зовсім не зумовлює статистичну стійкість середніх рівнів” [7, с. 43].

Отже, значення середньої не є результатом випадку, а причинно зумовлене; при цьому спектр випадкових причин, що спотворюють значення середньої, формує статистичний закон. У детермінованих системах дія детермінуючої причини істотно перевищує дію великої кількості випадкових причин, у зв’язку з чим вимірювана величина спостерігається з високою точністю, а залежність кількох характеристик сприймається як функціональна (зазвичай у точних науках). У статистичних системах дія кількох причин співмірна з деякою виокремленою причиною, що призводить до великого розсіювання вимірюваних значень, а тому й залежність кількох характеристик сприймається як статистична (зазвичай у суспільних науках).

Види законів розподілу

а. ***Вироджений розподіл імовірностей випадкової величини.***

Вироджений розподіл імовірностей випадкової величини називають ще *причинним*, оскільки він описує розподіл однорідної й рівноінтенсивної сукупності елементів, що є певною якістю. У свою чергу, однорідність і рівноінтенсивність визначаються певною причиною, що виключає дію випадкових чинників. У цьому разі статистична система перетворюється на детерміновану. Змістовно це означає, що сукупність опитуваних осіб підпорядковується певному положенню (інструкції, статуту), яке забезпечує функціонування деякої організації, тобто є причина, яка фільтрує масу індивідів, залишаючи тільки тих, що ідентичні за цим номіналом і ступенем інтенсивності якості. Наприклад, вік спортсменів молодіжних збірних на змаганнях певного класу приблизно однаковий. Для певності, що необхідна для ілюстрації, виберемо вік 18 років. Положення про допуск до змагань осіб саме такого віку є тією фільтруючою умовою, згідно з якою із сукупності осіб різного віку відбираються тільки вісімнадцятирічні.

Необхідно визначити ймовірність того, що випадково вибраний представник з цієї сукупності матиме вік 18 років. Відповідь очевидна: ця ймовірність дорівнює одиниці. Отже, імовірність того, що випадково вибрана особа буде за віком молодшою чи старшою за 18 років, дорівнює нулю. Цей чинник відображений на графіку розподілу густини ймовірності випадкової величини так, що лінія значень імовірності виявити осіб будь-якого віку, крім 18 років, збігається з віссю абсцис, а ймовірність виявити в сукупності осіб у віці саме 18 років зображується єдиною точкою (рис. 2.6, *а*). Ось чому такий розподіл називають *причинним*. Аналітично розподіл густини ймовірності ВВ X виражається δ-функцією:

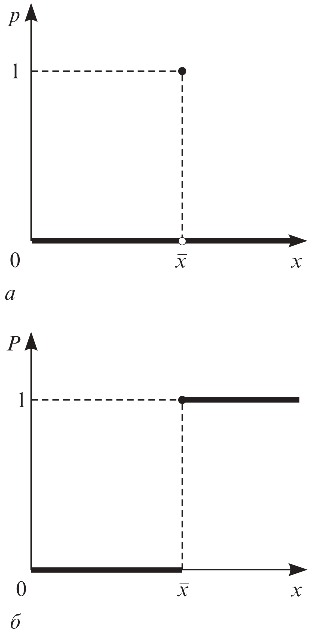


Рис. 2.6

$$p(x) = \delta_{x\bar{x}} = \begin{cases} 0 & \text{для} \quad x \neq \bar{x}; \\ 1 & \text{для} \quad x = \bar{x}. \end{cases}$$

Наведена функція виражає той факт, що всі представники сукупності за цією характеристикою мають одне й те ж значення, яке й є їх середнім арифметичним значенням $\bar{x}$ = 18 років. Другий параметр функції розподілу — дисперсія σ^2 — дорівнює нулю: сукупність не розсіяна за віком, усі учасники молодіжних змагань мають вік 18 років.

Інтегральна функція розподілу передає закономірність розподілу накопичених імовірностей. Аналітично вона записується так:

$$P(x) = \begin{cases} 0 & \text{для} \quad x < \bar{x}; \\ 1 & \text{для} \quad x \geq \bar{x}, \end{cases}$$

тобто ймовірність $P(X < \bar{x})$ знайти в сукупності осіб, молодших від 18 років, дорівнює нулю (відрізок 0x на осі абсцис), а ймовірність $P(X \geq \bar{x})$ знайти осіб, не молодших від 18 років, дорівнює одиниці, оскільки в сукупності всі учасники змагань мають вік 8 років і не молодші. Тому в точці x спостерігається стрибок до $P(\bar{x}) = 1$, і потім графік має подовження у вигляді горизонтального відрізка (рис. 2.6, *б*).

б. ***Рівномірний прямокутний розподіл імовірності випадкової величини.***

Рівномірний прямокутний розподіл імовірностей випадкової величини виражає однакову ймовірність появи будь-якого значення x_i ВВ X на відрізку (a, b). У теорії ймовірностей цей закон найчастіше ілюструють на прикладі підкидання шестигранного кубика: зрозуміло, що поява однієї з цифр — рівноможлива з імовірністю 1/6.

Законом рівномірного прямокутного розподілу ймовірностей може описуватись і деяка сукупність осіб за певною характеристикою. Цей розподіл якоюсь мірою споріднений з розподілом у вигляді δ-функції. Припустимо, розглядається питання розподілу учасників молодіжних спортивних змагань за віком (див. попередній приклад). Сукупність учасників можна вважати однорідною за віком, якщо одиницею віку взято рік (розподіл у вигляді δ-функції). Якщо ж за одиницю взяти місяць, то ця сукупність стане неоднорідною: у ній зустрічатимуться особи, вік яких може відрізнятись від одного до дванадцяти місяців, причому ймовірність того, що в цій сукупності є особи, які народилися в будь-якому місяці року, однакова й дорівнює 1/12. Імовірність же зустріти осіб іншого віку в цій сукупності дорівнює нулю, оскільки згідно з положенням про молодіжні змагання учасниками можуть бути лише особи віком 18 років. Це показано на рис. 2.7. У загальному випадку, якщо всі значення ВВ X, які лежать в інтервалі від a до b, рівноймовірні, то функція розподілу густини ймовірності має такий вигляд:

$$p(x) = \begin{cases} 0 & \text{для} \quad -\infty < x < a; \\ \dfrac{1}{b-a} & \text{для} \quad a \le x \le b; \\ 0 & \text{для} \quad b < x < +\infty. \end{cases}$$

У розглядуваному прикладі, якщо говорити про вік з точністю до місяця, у масиві є особи від a = 210 місяців (17,5 року) до b = 222 місяців (18,5 року). Отже, $b - a$ = 12 місяців, густина ймовірності в цьому діапазоні $p(x) = 1/(b - a) = 1/12$, а поза ним $p(x) = 0$. Імовірність того, що в сукупності є особи, які народилися в будь-якому з 12 місяців, дорівнює одиниці, тобто площі прямокутника на графіку (рис. 2.7, a):

$$p(x)(b-a) = \frac{1}{b-a}(b-a) = 1.$$

Розподіл накопиченої ймовірності аналітично записується так:

$$P(x)=\begin{cases}0 & \text{для} \quad -\infty < x < a;\\ \dfrac{1}{b-a}(x-a) & \text{для} \quad a \le x \le b;\\ 1 & \text{для} \quad b < x < +\infty.\end{cases}$$

У проміжку (a, b) функція накопиченої ймовірності виражається графіком прямої лінії (рис. 2.7, *б*):

$$P = kx + c,$$

тангенс кута нахилу якої до осі абсцис $k = 1/(b - a)$ і вільний член $c = -a/(b - a)$.

Міри положення $\bar{x}$ і розсіяння σ^2 і σ на цьому відрізку $b - a = 12$ місяців однакові для будь-якої чисельності сукупності, у чому можна переконатися, визначивши їх за формулами (2.3) і (2.4):

$\bar{x}$ = 216 місяців (18 років);
$\sigma^2 = 11{,}9$ (місяця)^2; $\sigma = \pm 3{,}4$ місяця.

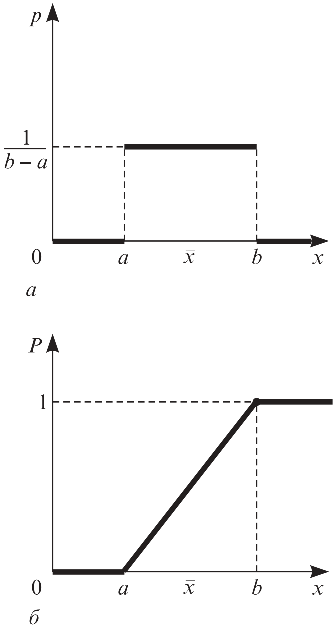


Рис. 2.7

в. ***Закон нормального розподілу ймовірностей випадкової величини.***

Закон нормального розподілу ймовірностей випадкової величини є результатом розробки Гауссом теорії похибок вимірювання і тому його називають ще *законом Гаусса.* Суть цього закону полягає в тому, що при вимірюванні деякої характеристики певної сукупності елементів завжди спостерігаються відхилення в обидва боки від норми через велику кількість неконтрольованих причин, причому що більші ці відхилення, то рідше вони зустрічаються. Широкого поширення цей закон дістав у різних сферах виробництва при контролюванні якості продукції. Наприклад, підприємство випускає стержні довжиною метр. Це означає, що в середньому довжина стержнів дорівнює 1 м, але внаслідок неконтрольованих випадкових причин трапляються відхилення від норми: зустрічаються стержні, що на частки міліметра довші й коротші від 1 м, але більшість стержнів неістотно відрізняються від норми. Трапляються й дуже великі відхилення (1 мм і більше), але надто рідко.

Закон Гаусса характеризує також окремі явища соціально-психологічної природи. Наприклад, потрібно оцінити розумові здібності людей. Інтуїтивно кожен знає, що більшість людей має приблизно однакові здібності, тобто середні, що є нормою. Люди геніальні, так само як і бездарні (без ушкодження психіки), зустрічаються приблизно однаково рідко.

Нагадаємо, що розмір середньої не є результатом випадку, а визначається об'єктивними стійкими причинами, наприклад довжина стержня визначається заданням розміру 1 м на інструменті, що нарізає стержні, а здібності людини визначаються природною будовою мозку. Результатом же випадку є відхилення від норми, наприклад, у результаті недосконалості нарізного інструменту, температурних коливань або ж у результаті неконтрольованих умов розвитку людини при формуванні її розумових здібностей. Закон середньої полягає в тому, що хоча деяка характеристика кожного елемента в сукупності залежить від випадку, її розмір для сукупності загалом від випадку не залежить, і є постійним, що дорівнює середній.

Нормальний закон описує розсіяння випадкової величин в околі середнього значення, коли малі відхилення від середньої зустрічаються часто, а великі — рідко, але однаково (симетрично) по обидва боки.

Графічно нормальний розподіл густини ймовірності ВВ X зображується симетричною дзвіноподібною кривою. Аналітично цей розподіл за законом Гаусса задається на всій числовій осі властивості x й описується функцією Лапласа:

$$p(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-\bar{x})^2}{\sigma^2}}. \tag{2.7}$$

Як випливає з формули (2.7), цей розподіл задається двома параметрами: середньою арифметичною $\bar{x}$ і дисперсією σ^2. Функції $p(x)$ з різними значеннями $\bar{x}$ і σ^2 зображені на рис. 2.8.

Як зазначалося, у законі розподілу ВВ X міра положення — середня $\bar{x}$ — є його детермінованою частиною, а міра розсіяння — дисперсія σ^2 — статистичною. У задачах статистичного характеру доводиться вивчати особливості розсіяння, і тоді вигідно позбутися детермінованої частини. У цьому разі зручно перейти до нових змінних

$$x_ц = x-\bar{x},$$

які називаються *центрованими*, бо початок відліку цієї властивості розміщений у центрі розсіяння. Графічно це виражається в тому, що початок координат на рис. 2.9, *а* переноситься в точку зі значенням середньої $\bar{x}$ (рис. 2.9, *б*), а аналітично — у тому, що значення середньої в центрованих змінних дорівнює нулю, тобто $\bar{x}_ц = 0$; при цьому середньоквадратичне відхилення залишається незмінним:

$$\sigma_x = \sigma_ц.$$

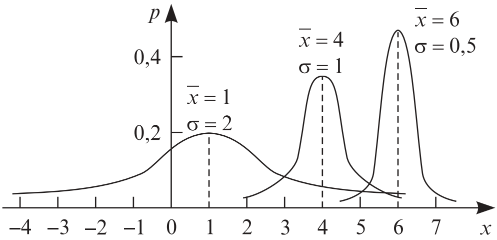


Рис. 2.8

Крім того, для порівняння результатів вимірювань зручно змінити масштаб змінної і проградуювати вісь абсцис у безрозмірних одиницях, що дорівнюють середньому квадратичному відхиленню (стандарту) σ. Операція переходу до нової змінної $x_н$ називається *нормуванням*, або *стандартизацією*, а змінна — *нормованою*, або *стандартизованою*:

$$x_н = \frac{x_ц}{\sigma_ц} = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}. \tag{2.8}$$

У нормованих змінних $x_н$ основні параметри розподілу $\bar{x}_н = 0$ і $\sigma_н^2 = \pm 1$ (рис. 2.9, *в*).

Закон нормального розподілу ймовірностей ВВ $X_н$ використовують для розрахунку числових значень функції при різних значеннях $x_{нi}$. Наприклад, вивчається питання влучності стрільців на змаганнях. Припускається, що статистичний розподіл випадкової величини описується нормальною функцією розподілу. Таке припущення правомірне, оскільки можна вважати, що стрільців з надто високою і надто низькою майстерністю менше, основна їх маса у середньому виявляє однакову майстерність. Емпіричний розподіл стрільців за кількістю виступів відомий з попереднього викладу й відображений у табл. 2.5 і на рис. 2.10. Значення теоретичного розподілу нормальної функції визначається за додатком 1 для нормованих змінних $x_{нi}$ на основі обчислених з емпіричного розподілу параметрів $\bar{x} = 15$ і σ = ±5,6. У табл. 2.5 наведено відносні частоти w_i емпіричного і ймовірності p_i теоретичного розподілу стрільців щодо результатів влучності стрільби, виміряних за кількістю влучних пострілів $x_{нi}$.

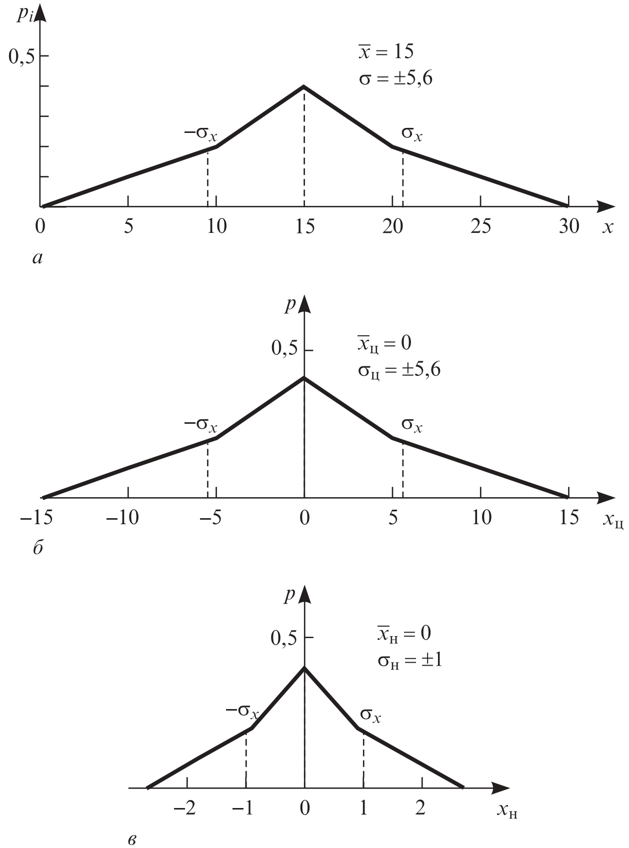


Рис. 2.9

Таблиця 2.5

x_i	5	10	15	20	25
n_i	1	2	4	2	1
w_i	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1
x'_i	–10	–5	0	+5	+10
$x_{нi}$	–1,8	–0,9	0,0	+0,9	+1,8
p_i	0,079	0,266	0,399	0,266	0,079
np_i	0,8	2,7	4,0	2,7	0,8

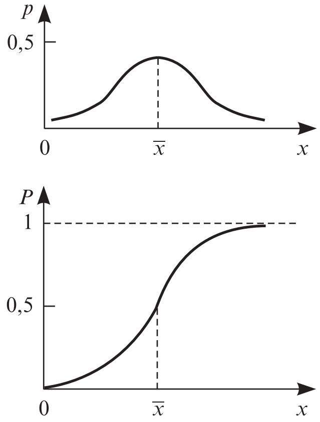


Рис. 2.10

В аналітичних цілях широко використовують інтегральну функцію нормального розподілу накопичених ймовірностей ВВ X (для зручності в подальшому нормовані змінні $x_н$ позначатимемо x без значка):

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}\frac{(t-\bar{x})^2}{\sigma^2}} dt. \qquad (2.9)$$

г. ***Двомодальний розподіл імовірностей випадкової величини***

Двомодальний розподіл імовірностей ВВ X є найпростішим випадком багатомодального розподілу. Якщо деяка сукупність осіб розрізнена за певним показником, скажімо, за поглядами чи інтересами, то й функцію розподілу ймовірностей ВВ X можна подати у вигляді суперпозиції простих функцій. Пояснимо це на прикладі. Припустимо, на деяких зборах вивчається громадська думка щодо реформування господарства на основі приватної власності замість загальнонародної. Громадянам пропонується оцінити своє ставлення до цієї проблеми за 15-бальною шкалою на основі такого запитання: “Як Ви ставитесь до приватизації загальнонародної власності?”

–7 –6 –5 –4 –3 –2 –1 0 +1 +2 +3 +4 +5 +6 +7

негативно позитивно

Можна вважати, що коли є прихильники обох точок зору, то й думки їх з цього питання різнитимуться як за змістом цієї соціальної настанови, так і за її інтенсивністю. У такому разі, якщо кожна з підсукупностей описується нормальним законом розподілу ймовірностей ВВ X, що різняться параметрами — середніми й дисперсіями, то сукупність загалом описується суперпозицією цих двох нормальних функцій, аналітичний вираз якої в диференціальній та інтегральній формах має такий вигляд:

$$p(x) = p_-(x) + p_+(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_-^2}} e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-\bar{x}_-)^2}{\sigma_-^2}} + \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_+^2}} e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-\bar{x}_+)^2}{\sigma_+^2}};$$

$$P(x) = P_-(x) + P_+(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma_-} e^{-\frac{1}{2}\frac{(t-\bar{x}_-)^2}{\sigma_-^2}} dt + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma_+} e^{-\frac{1}{2}\frac{(t-\bar{x}_+)^2}{\sigma_+^2}} dt.$$

Відстань між максимумами загальної кривої розподілу густини ймовірностей ВВ X (рис. 2.11) визначається інтервалом між значеннями середніх арифметичних $\bar{x}_-$ і $\bar{x}_+$ складових кривих. Ступінь їх перекривання визначається також інтервалом між значеннями середніх і дисперсій. Асиметричний вигляд результуючої кривої на рис. 2.11 зумовлений відмінністю у співвідношенні двох груп деяких зборів з протилежними думками щодо приватизації загальнонародної власності й нерівністю дисперсій складових розподілів. Сумарна крива має точки перегину в точках двох максимумів і одного мінімуму, які відповідають точкам середніх значень кожної зі складових x_- і x_+ розподілів і загального розподілу x.

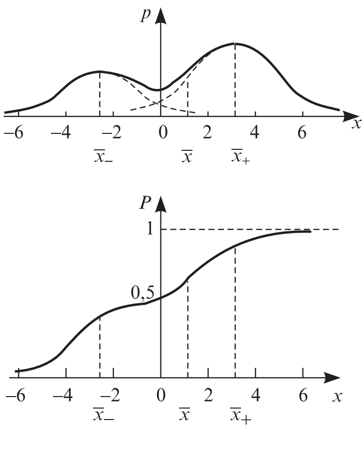


Рис. 2.11

Таким чином, сукупність зборів поділилась на дві підсукупності, одна з яких прихильно ставиться до реформування господарства на приватній основі, а інша — негативно. Звернемо увагу на те, що середня такого асиметричного розподілу близька до нуля, що свідчить про байдуже в середньому ставлення опитуваних осіб до цієї проблеми, хоча з огляду на рис. 2.11 байдужих дуже мало (перекривання кривих незначне). Отже, одного параметра — середньої — недостатньо для характеристики двох- або багатомодального розподілу. Фактично в цьому разі потрібно розбити складну функцію на складові графічно чи аналітично й проаналізувати кожну з них окремо, визначаючи закон розподілу ймовірностей випадкової величини і його параметри. На рис. 2.11 середнє арифметичне значення оцінки думок для прихильників приватної власності дорівнює +3 бали, а для супротивників — –3 бали. Взаємне погашення цих значень дає загальну середню оцінку близько 1 балу.

Узагальненням двохмодального розподілу є багатомодальний розподіл імовірностей випадкової величини.

При допущенні справедливості закону нормального розподілу для кожної підсукупності загальний розподіл можна записати у вигляді суперпозиції окремих функцій з розподіленою вагою a_j:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum \frac{a_j}{\sigma_j} e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-\bar{x}_j)^2}{\sigma_j^2}}.$$

Особливість структури багатомодального статистичного розподілу лежить в основі сім'ї методів розпізнання образів або таксономії.

2.2. ЗАКОН СУМІСНОГО РОЗПОДІЛУ ЙМОВІРНОСТЕЙ ДВОМІРНОЇ ВИПАДКОВОЇ ВЕЛИЧИНИ: ПАРАМЕТРИ РОЗПОДІЛУ

Досі йшлося про закони розподілу ймовірностей одномірної ВВ X. Складнішим випадком є характеристика об'єкта за законом сумісного розподілу ймовірностей двомірної ВВ (X, Y). Аналогічно m-мірну випадкову величину можна розглядати як систему m ВВ $(X_1, X_2, \ldots, X_m)$.

Одномірна випадкова величина характеризується одним числом $X = x_i$, а двомірна — парою чисел $(X, Y) = \{x_i, y_j\}$. Усі можливі пари двомірної ВВ (X, Y) і ймовірності їх появи зведемо в табл. 2.7.

На перетині стовпчика x_i і рядка y_j зазначена ймовірність того, що двомірна ВВ (X, Y) набуде значення (x_i, y_j). Якщо події несумісні

Таблиця 2.6

$Y \backslash X$	x_1	…	x_i	…	x_k	Σ
y_1	$p(x_1, y_1)$	…	$p(x_i, y_1)$	…	$p(x_k, y_1)$	$p(y_1)$
…	…	…	…	…	…	…
y_j	$p(x_1, y_j)$	…	$p(x_i, y_j)$	…	$p(x_k, y_j)$	$p(y_j)$
…	…	…	…	…	…	…
y_l	$p(x_1, y_l)$	…	$p(x_i, y_l)$	…	$p(x_k, y_l)$	$p(y_l)$
Σ	$p(x_1)$	…	$p(x_i)$	…	$p(x_k)$	1

(а значення випадкової величини як події на шкалі числової характеристики завжди сумісні), то ймовірність $p(X = x_i)$ того, що X набуде значення x_i, дорівнює сумі ймовірностей стовпчика x_i в табл. 2.6:

$$p(x_i) = p(x_i, y_1) + \ldots + p(x_i, y_j) + \ldots + p(x_i, y_l).$$

Аналогічно при додаванні ймовірностей рядка y_j одержимо ймовірність $p(Y = y_j)$. Останній рядок і останній стовпчик виражають розподіли ймовірностей кожної складової X та Y двомірної ВВ (X, Y), які називаються *безумовними*. Оскільки події $(X = x_i,\ Y = y_j)$ $(i = 1,\ldots, k;$ $j = 1, \ldots, l)$ утворюють повну групу (значення випадкової величини як набір випадкових подій завжди утворюють повну групу), то сума ймовірностей за останнім рядком й за останнім стовпчиком, а отже, і за всіма чарунками в табл. 2.6 дорівнює одиниці.

Сукупність усіх ймовірностей двомірної ВВ (X, Y) формує розподіл імовірностей випадкової величини. Якщо розподіл має стійкий характер, його називають *законом розподілу ймовірностей двомірної випадкової величини.* Для неперервних ВВ X і ВВ Y цей розподіл можна описати функцією змінних x і y.

Завдання соціології, яка вивчає статистичні системи, полягає в тому, щоб знайти закони розподілу ймовірностей багатомірних ВВ, які б характеризували деякі реальні соціальні об’єкти за певними ознаками, відображеними в соціологічних анкетах.

Розподіл ВВ X, який утворює ймовірності $p(x_i)$ в останньому рядку табл. 2.6 при будь-яких значеннях ВВ Y, є *безумовним*. Сума цих імовірностей, як видно з табл. 2.6, дорівнює одиниці. Кожний рядок табл. 2.6 виражає розподіл імовірностей ВВ X, але при фіксованих значеннях ВВ Y, наприклад при $Y = y_j$, і сума цих імовірностей за рядком не дорівнює одиниці. Для нормування поділимо кожний елемент рядка, наприклад, той, що відповідає значенню $Y = y_j$, на значення безумовної ймовірності $p(y_j)$:

$$p(x_i|y_j) = \frac{p(x_i, y_j)}{p(y_j)}.$$

Утворена сукупність імовірностей називається *умовним* розподілом імовірностей ВВ X за умови, що $Y = y_j$, і відображає залежність складових X і Y двомірної ВВ (X, Y):

$$p(x_1|y_j)\ \dots\ p(x_i|y_j)\ \dots\ p(x_k|y_j).$$

Сума цих імовірностей за кожним рядком дорівнює одиниці. Справді, оскільки при фіксованому значенні y_j сума елементів рядка $\sum p(x_i, y_j) = p(y_j)$, то й сума умовних імовірностей уздовж цього самого рядка

$$\sum p(x_i|y_j) = \sum \frac{p(x_i, y_j)}{p(y_j)} = \frac{p(y_j)}{p(y_j)} = 1.$$

Умовні ймовірності $p(x_i, y_j)$ двомірної ВВ $(X,\ Y)$ зведемо в табл. 2.7.

Таблиця 2.7

$Y \backslash X$	x_1	…	x_i	…	x_k	Σ
y_1	$p(x_1 \mid y_1)$	…	$p(x_i \mid y_1)$	…	$p(x_k \mid y_1)$	1
…	…	…	…	…	…	…
y_j	$p(x_1 \mid y_j)$	…	$p(x_i \mid y_j)$	…	$p(x_k \mid y_j)$	1
…	…	…	…	…	…	…
y_l	$p(x_1 \mid y_l)$	…	$p(x_i \mid y_l)$	…	$p(x_k \mid y_l)$	1
	$p(x_1)$	…	$p(x_i)$	…	$p(x_k)$	1

Умовний розподіл імовірностей $p(x \mid y_j)$, як і безумовний $p(x)$, характеризується тими самими двома параметрами: умовним математичним очікуванням і умовною дисперсією. Таблиці умовних імовірностей у теорії ймовірностей відповідає таблиця відносних частот у математичній статистиці, які в ліміті описуються тією самою функцією розподілу, що й умовний розподіл імовірностей. Умовний розподіл відносних частот характеризується такими параметрами: умовною середньою арифметичною, умовною дисперсією і умовним середньоквадратичним відхиленням.

Аналогічні міркування можна навести і щодо складової Y двомірної ВВ (X, Y). Умовна ймовірність ВВ Y при $X = x_i$

$$p(y_j \mid x_i) = \frac{p(x_i, y_j)}{p(x_i)}.$$

Сукупність умовних імовірностей уздовж відповідних стовпчиків утворює умовний розподіл ВВ Y, і сума їх уздовж стовпчика дорівнює одиниці. Як приклад розглянемо спільний статистичний розподіл спортсменів-стрільців з двох запитань. Перше: "Скільки разів Ви влучили в ціль на тренуваннях зі стрільби?"; йому відповідає ВВ X. Друге: "Чи пов'язуєте Ви результати тренувань з фізичною підготовкою?"; йому відповідає ВВ Y. Емпіричні дані опитування 10 спортсменів подано в табл. 2.8 і 2.9 відповідно в абсолютних частотах n_i і відносних w_i.

Таблиця 2.8

$n(x_i, y_j)$

$Y \backslash X$	5	10	15	20	25	Σ
0	1	1	1	2	0	5
1	0	1	3	0	1	5
n_i	1	2	4	2	1	10

Таблиця 2.9

$w(x_i, y_j)$

$Y \backslash X$	5	10	15	20	25	Σ
0	0,1	0,1	0,1	0,2	0,0	0,5
1	0,0	0,1	0,3	0,0	0,1	0,5
w_i	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1	1,0

Таблицям. 2.8 і 2.9 відповідають табл. 2.10 і 2.11 відповідно умовних і безумовних розподілів відносних частот $w(x \mid y)$ і $w(y \mid x)$. Кожний рядок умовного розподілу $w(x \mid y)$ і відповідно кожний стовпчик умовного розподілу $w(y \mid x)$ характеризуються певними значеннями умовної середньої арифметичної, умовної дисперсії і умовного середньоквадратичного відхилення.

При вивченні одномірних випадкових величин було визначено, що закони розподілу описуються інтегральною і диференціальною функціями розподілу ймовірностей ВВ (X, Y). Інтегральна функція (на-

Таблиця 2.10

$w(x_i \mid y_j)$

Y \ X	5	10	15	20	25	Σ	$\bar{x}$	σ^2	σ
0	0,2	0,2	0,2	0,4	0,0	1,0	14	34	6
1	0,0	0,2	0,6	0,0	0,2	1,0	16	24	5
	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1	1,0	15	30	5,5

Таблиця 2.11

$w(y_j \mid x_i)$

Y \ X	5	10	15	20	25	$w(y_j)$
0	1,0	0,5	0,25	1,0	0,0	0,5
1	0,0	0,5	0,75	0,0	1,0	0,5
Σ	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
w_1	0,0	0,5	0,75	0,0	1,0	0,5
$\sigma^2 = w_0 w_1$	0,0	0,25	0,19	0,0	0,0	0,25
σ	0,0	0,5	0,44	0,0	0,0	0,5

копичених) імовірностей показує ймовірність того, що X і Y можуть набувати будь-яку пару значень, не перевищуючих значень x_i і y_j, а диференціальна функція (густина ймовірності) показує ймовірність того, що X і Y можуть набувати значення в малому околі x_i і y_j для неперервних величин (і саме значення x_i і y_j для дискретних величин).

Дві ВВ X і ВВ Y називаються *незалежними,* якщо закон розподілу однієї з них не залежить від закону розподілу іншої. Як і у випадку незалежних подій (див. підрозд. 2.1), функція розподілу ймовірності двомірної ВВ (X, Y) розпадається на співмножники розподілів незалежних ВВ X і ВВ Y:

$$p(x, y) = p_1(x)\, p_2(y).$$

Умовні розподіли незалежних випадкових величин дорівнюють їх безумовним розподілам:

$$p(x \mid y) = p(x); \qquad p(y \mid x) = p(y).$$

Кожний з одномірних розподілів імовірностей ВВ X і ВВ Y характеризуються двома параметрами — середньою й дисперсією, а розподіл імовірності двомірної ВВ (X, Y) у загальному випадку, коли складові ВВ X і ВВ Y є залежними, характеризується п’ятьма параметрами — середніми, дисперсіями по x і y, а також коефіцієнтом кореляції r.

Кореляційний зв'язок двох ВВ X і ВВ Y у теорії ймовірностей визначається кореляційним моментом

$$K = M[(X - M[X])(Y - M[Y])]$$

або для нормованих ВВ X' й Y' [див. (2.8)] — коефіцієнтом кореляції

$$r = [X_{\text{н}} Y_{\text{н}}] = M\left[\frac{X - M[X]}{\sigma_x} \frac{Y - M[Y]}{\sigma_y}\right] = \frac{K}{\sigma_x \sigma_y}.$$

У математичній статистиці коефіцієнт кореляції розраховують за статистичними значеннями рядів x_i і y_j, попередньо обчисливши параметри $\bar{x}$, $\bar{y}$, σ_x і σ_y за формулою

$$r = X'Y' = \frac{1}{h} \sum \frac{(x_i - \bar{x})(y_j - \bar{y})}{\sigma_x \sigma_y}. \qquad (2.10)$$

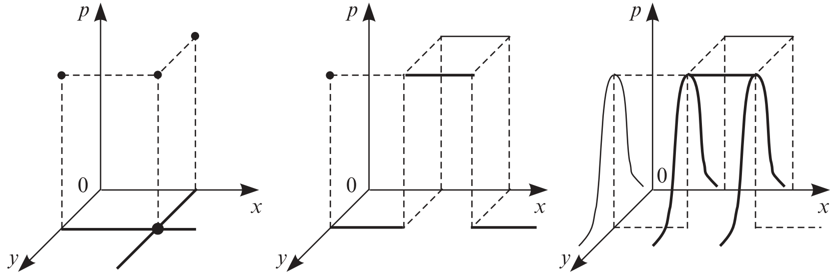
Коефіцієнт кореляції набуває будь-яких значень між -1 і $+1$.

Закони двомірного розподілу

Як приклади функцій розподілу ймовірностей одномірних випадкових величин було розглянуто δ-функцію, функцію рівномірного прямокутного розподілу і функцію нормального розподілу ВВ X. Складові двомірної ВВ (X, Y) можуть бути розподілені за одним із цих законів у різних комбінаціях, що при суміщенні дає складний закон розподілу ймовірностей двомірної випадкової величини. Наприклад, графік δ-функції двомірної ВВ (X, Y) — це точка над площиною xOy, якщо обидві складові ВВ X і ВВ Y розподілені за законом δ-функції (рис. 2.12, *а*). Якщо ж ВВ Y розподілена за законом δ-функції, а ВВ X, скажімо, за законом рівномірного прямокутного розподілу, то графік розподілу ВВ (X, Y) має вигляд горизонтальної лінії над площиною xOy, паралельної осі Ox (рис. 2.12, *б*).

Якщо ВВ X розподілена за законом прямокутного розподілу, а ВВ Y — за законом нормального розподілу, то закон розподілу ймовірностей двомірної ВВ (X, Y) має вигляд дзвіноподібної циліндричної поверхні з твірною, паралельною осі Ox (рис. 2.12, *в*).

Найцікавіший випадок, що найчастіше зустрічається на практиці, — це закон нормального розподілу ймовірностей двомірної ВВ (X, Y), коли ВВ X і ВВ Y розподілені кожна за законом нормального розподілу (рис. 2.13). Перетин цієї поверхні площинами xOp і yOp паралельно осям Ox і Oy дає графіки умовних розподілів імовірностей $p(x \mid y)$ і $p(y \mid x)$. Кожний умовний розподіл, як і одномірний, характеризується середньою і дисперсією.



а *б* *в*

Рис. 2.12

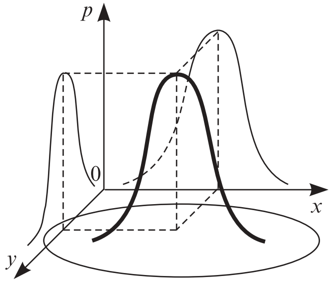


Рис. 2.13

Аналітично нормальний закон розподілу ймовірностей двомірної ВВ (X, Y) записується функціями в інтегральній і диференціальній формах. Нормальний розподіл густини ймовірності описується такою функцією (диференційна форма):

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{1}{2\left(1-r^2\right)}\left[\frac{(x-\overline{x})^2}{\sigma_x^2} - \frac{2r(x-\overline{x})(y-\overline{y})}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-\overline{y})^2}{\sigma_y^2}\right]}.$$

Для незалежних ВВ X і ВВ Y з коефіцієнтом кореляції $r = 0$ складний розподіл двомірної ВВ (X, Y) розкладається на дві функції розподілу ВВ X і ВВ Y

$$p(x, y) = p(x)\, p(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-\overline{x})^2}{\sigma_x^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_y^2}} e^{-\frac{1}{2}\frac{(y-\overline{y})^2}{\sigma_y^2}}.$$

Наприклад, можна висунути гіпотезу, що розподіл спортсменів з питань "Скільки разів Ви влучили в ціль на тренуваннях зі стрільби?" і "Як Ви оцінюєте свою фізичну підготовку?" описується нормальним розподілом імовірностей двомірної ВВ (X, Y). Це означає таке припущення в аналізі одномірної ВВ X: серед спортсменів однаково рідко зустрічаються стрільці з дуже низькою і дуже високою результативністю стрільби по мішенях, основна їх маса майстерно виконує вправи зі стрільби і результат визначається приблизно однаковою кількістю влучень у мішень, яка дорівнює середній арифметичній (проекція дзвіноподібної поверхні на площину pOx на рис. 2.13). Водночас можна припустити, що й оцінки курсантів щодо фізичної підготовки будуть переважно задовільними і добрими й набагато менше буде оцінок як незадовільних, так і відмінних, тобто і складова двомірної ВВ Y описується законом нормального розподілу (проекція дзвіноподібної поверхні на площину pOy на рис. 2.13). Крім того, між властивостями x і y має бути зв'язок, що вимірюється коефіцієнтом кореляції, причому його значення швидше додатне $0 < r < 1$. Це означатиме, що більшій кількості влучних пострілів мають відповідати й вищі оцінки фізичної підготовки. Коефіцієнт кореляції характеризує сукупність спортсменів загалом, і ступінь його стійкості визначає можливість побудови математичної моделі у вигляді регресійного рівняння. Рівність нулю коефіцієнта кореляції двох нормально розподілених випадкових величин означала б відсутність зв'язку між результатами тренувань зі стрільби і фізичною підготовкою курсантів, що викликає сумнів.

Складнішим є випадок сумісного розподілу ймовірностей багатомірної ВВ $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ системи корелюючих між собою й розподілених у принципі за різними законами ВВ X_1, ВВ X_2, …, ВВ X_n. Визначення в цій системі координат у межах заданого наближення ортогональної, тобто некорельованої, меншої розмірності системи координат, осі якої інтерпретуються як фактори, становить сутність задач факторного аналізу.

Ще складнішим випадком є розподіл імовірностей багатомодальної багатомірної ВВ $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$. Відповідна функція описує нерівномірний розподіл густини точок у багатомірному просторі у вигляді локальних утворень. На властивості розрізняти окремі згустки точок, що називаються таксонами і описуються багатомодальним розподілом випадкової величини, побудовані алгоритми з розпізнання образів.

Проілюструємо сказане на прикладі двомодального розподілу двомірної ВВ (X, Y). Припустимо, з’ясовується громадська думка молоді щодо ефективності проведення у суспільстві ринкових реформ. Згідно з виконаним аналізом розподіл відповідей опитаних осіб на запитання “Як Ви ставитесь до приватизації народного майна?” описується двомодальною функцією розподілу ВВ X, яка відображає розподіл молоді на прихильників і противників такої реформи. Припустимо, розподіл опитаних осіб з іншого питання “Як Ви ставитесь до надання незабезпеченим громадянам соціальної допомоги?” описується простим нормальним розподілом ВВ Y, згідно з яким всі висловили позитивне ставлення щодо цього. У такому разі графічно двомірний статистичний розподіл матиме вигляд складної двогорбої поверхні. Інтерпретація одержаних таксонів відображає розподіл молоді на прихильників і противників реформ. Якщо б розподіли з інших питань були багатомодальними, то картина являла б собою систему горбів над площиною xOy, кількість і розподіл яких визначають типологію молоді щодо переконань у доцільності проведення реформ.

Контрольні питання

1. Наведіть визначення закону розподілу ймовірностей випадкової величини.
2. Що таке невпорядкований, ранжований і варіаційний ряди?
3. Що таке диференціальна й інтегральна функції розподілу ймовірностей випадкової величини?
4. Визначте параметри статистичного розподілу, зокрема дихотомічного.
5. Сутність закону великих чисел або закону середньої.
6. Закони розподілу ймовірностей випадкової величини.
7. Охарактеризуйте закон нормального розподілу ймовірностей випадкової величини і його параметри.
8. Охарактеризуйте закон розподілу ймовірностей двомірної випадкової величини і його параметри.
9. Що таке ймовірність безумовного й умовного розподілів імовірностей двомірної випадкової величини?
10. Що означає кореляційний зв’язок двох випадкових величин і що таке коефіцієнт кореляції?
11. Закони розподілу ймовірностей двомірної випадкової величини.
12. Охарактеризуйте закон нормального розподілу ймовірностей двомірної випадкової величини і його параметри.

Розділ 3
ВИБІРКОВИЙ МЕТОД

Раніше було розглянуто ідею опису конкретних статистичних розподілів сукупностей елементарних об’єктів законами розподілу ймовірностей випадкової величини. Одним з теоретичних завдань соціологічних досліджень є класифікація статистичних соціальних явищ і пошук імовірнісних законів їх опису, у тому числі законів одно- та багатомодальних розподілів імовірностей одно- та багатомірних випадкових величин, що збагатило б спеціальні соціологічні теорії.

Розв’язання теоретичних завдань, які включають пошук функцій розподілу ймовірностей, передбачає вивчення повної сукупності елементарних об’єктів, однак насправді дослідження охоплює лише частину цієї сукупності. Через неідентичність умов одержання статистичних даних різних підсукупностей емпіричні розподіли в них можуть істотно різнитися між собою і із загальним розподілом. Це стосується розподілів сукупностей опитуваних осіб у соціологічних дослідженнях. Ще одне завдання математичної статистики полягає в тому, щоб на основі вибіркового опитування обмеженої кількості індивідів одержані висновки можна було поширити на всю (генеральну) сукупність об’єктів щодо досліджуваної соціальної проблеми. Треба домогтися, щоб вибіркова сукупність стала моделлю генеральної сукупності, тобто щоб на ній з прийнятною точністю відтворювався закон розподілу ймовірностей випадкової величини.

На чому ж базуються ідеї вибіркового методу?

Наведемо деякі визначення. Сукупність індивідів, для якої необхідно встановити аналітичний вид, або закон розподілу ймовірностей випадкової величини, і його параметри за однією чи кількома характеристиками в результаті соціального дослідження, називається *генеральною*, а частина генеральної сукупності, результати емпіричного дослідження якої щодо закону і параметрів розподілу за цими характеристиками поширюються на всю генеральну сукупність, називається *вибірковою сукупністю*, або *вибіркою.*

Якість вибірки оцінюють за двома показниками: *репрезентативністю* і *надійністю*, або *точністю* вимірювань і *гарантією* цієї точності.

Розглянемо, на основі яких міркувань визначається *вибіркова сукупність,* а також проаналізуємо поняття *репрезентативності* й *надійності* вибірки. Зазначимо, що методика розрахунку вибірки розроблена для однієї ознаки, а оскільки в соціологічній анкеті наводиться кілька десятків запитань, то ця методика застосовується до кожного запитання окремо. Окрім того, наводиться багатомірна класифікація об'єктів за певними статистичними показниками, включеними в соціологічну анкету.

Проаналізуємо, з яких міркувань обчислюється обсяг вибірки, тобто кількість респондентів *n* для опитування.

Логіка обгрунтування репрезентативності й надійності так званої *власне випадкової вибірки* (в яку особи відбираються випадково з будь-якої частини генеральної сукупності) грунтується на аналізі *двох* законів розподілів імовірностей випадкової величини (рис. 3.1): репрезентативність пов'язана з розподілом опитуваних осіб генеральної *N* і вибіркової *n* сукупностей за шкалою заданої характеристики *x* (верхній графік), а надійність — з розподілом середніх арифметичних значень $\overline{x}_i$ різних вибірок (нижній графік). Введемо необхідні позначення для параметрів цих розподілів (табл. 3.1).

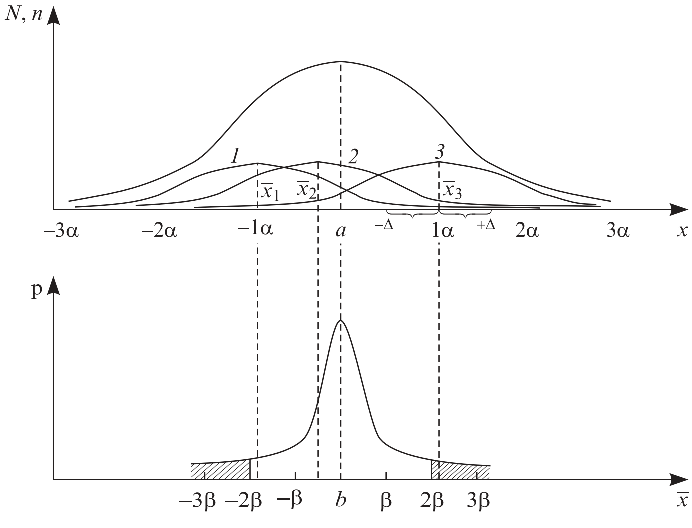


Рис. 3.1

Таблиця 3.1

Сукупність	ВВ	Імовірність	Одиниця сукупності	Кількість одиниць	Середня	Дисперсія	Середньо-квадратичне відхилення
Генеральна	X	P, p	Індивід	N	a	α^2	α
Вибіркова	X	P, p	Індивід	n	$\overline{x}$	σ^2	σ
Вибірок	$\overline{X}$	P, p	Вибіркова середня	n	b	β^2	β

Для ілюстрації наведені розподіли побудовані на неперервних, а не на інтервальних шкалах, що дає змогу розглядати наочніші неперервні криві замість полігонів і гістограм. Крім того, щоб показати різницю в обсягах генеральної та вибіркової сукупностей, графіки розподілів побудовані для абсолютних частот (на осі ординат відкладені частоти).

На верхньому графіку (рис. 3.1) зображений гіпотетичний закон розподілу генеральної сукупності, якому відповідає деяка функція розподілу, наприклад Гаусса. Його параметри a, α^2 і α невідомі, і їх необхідно оцінити за параметрами розподілу вибірки $\overline{x}$, σ^2 і σ.

В окремих випадках функцію розподілу генеральної сукупності називають *теоретичною*, оскільки вона визначає ймовірність деякого значення випадкової величини, а функцію розподілу вибірки — *емпіричною*, оскільки вона визначає відносні частоти випадкових величин.

Нехай з генеральної сукупності зроблено n вибірок, кожна з яких описується цим самим законом розподілу.

На верхньому графіку рис. 3.1 зображено три криві розподілів вибіркових сукупностей з множини уявних, кожна з яких характеризується певними значеннями параметрів $\overline{x}_i$, σ_i^2 і σ_i, де $i = 1, 2, \ldots, n$. У конкретному соціально-психологічному дослідженні реалізується одна з вибірок, параметри якої позначимо літерами без індексів $\overline{x}$, σ^2 і σ (розгляд окремих вибірок стане в пригоді при визначенні надійності однієї реалізованої вибірки). Числові значення цих параметрів у вибірці називаються *точковими оцінками* невідомих значень цих параметрів генеральної сукупності. Однак оскільки точкові оцінки можуть істотно відрізнятись від справжніх значень генеральних параметрів, то прийнято користуватися так званою *інтервальною оцінкою* цих параметрів. Порівняємо вибіркову й генеральну середні. При точковій оцінці стверджувалося, що обчислена вибіркова середня приблизно дорівнює генеральній середній, а при інтервальній оцінці стверджується, що значення генеральної середньої перебуває в інтервалі між $\bar{x} - \Delta$ і $\bar{x} + \Delta$, що називається *довірчим інтервалом.* Тобто відхилення вибіркової середньої від генеральної менше величини Δ (тобто $|\bar{x} - a| < \Delta$).

Однак методи математичної статистики не дають абсолютної гарантії, що значення генеральної середньої у здійсненій вибірці потрапляє в довірчий інтервал. Можна лише стверджувати, що генеральна середня потрапляє в довірчий інтервал з деякою ймовірністю $\gamma = P(|\bar{x} - a| < \Delta)$, яка називається *довірчою*. Тому довірчий інтервал Δ називається також *граничною помилкою вибірки*, а обернена йому величина $\theta = 1/\Delta$ називається *точністю* оцінки генеральної середньої. Обидва ці параметри характеризують *репрезентативність* вибіркового дослідження.

Довірча ймовірність характеризує *надійність* вибірки, оскільки визначає ступінь упевненості в тому, що в окремо взятій вибірці розбіжність між вибірковою і генеральною середніми не перевищує допустимої величини Δ. На чому ж грунтується ця впевненість?

Якщо здійснити кілька вибірок, обчислити їх середні $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots$ (рис. 3.1, верхній графік) і відкласти одержані значення на осі абсцис (рис. 3.1, нижній графік), то виявиться, що сім'я цих середніх утворює стійкий закон розподілу. Згідно із *центральною граничною теоремою* [1, с. 157] зі збільшенням обсягу вибірок крива розподілу їх середніх $\bar{x}_i$ як значень ВВ $\bar{X}$ прямує до кривої нормального розподілу Гаусса (до кривої розподілу Стьюдента при малих вибірках до 30 одиниць) з параметрами b, β^2 і β (рис. 3.1, нижній графік). На осі абсцис рис. 3.1, нижній графік замість середніх $\bar{x}_i$ можна відкласти центровані змінні $\Delta = \bar{x} - b$ або нормовані $t = (\bar{x} - b) / \beta = \Delta / \beta$ [див. (2.8) і (2.9)] (довірчий інтервал Δ вимірюється одиницями β).

Проінтерпретуємо форму кривої, зображеної на рис. 3.1, нижній графік. Витягнута вгору дзвіноподібна крива вибіркових середніх $\bar{x}_i$ означає, що більшість їх неістотно відрізнятиметься від середньої генеральної a, тобто всі значення $\bar{x}_i$ скупчуватимуться поблизу b, що так само прямує до генеральної середньої a $M[\bar{x}] = b = a$, що й визначається великими значеннями ймовірностей у центральній ділянці кривої. Рідко зустрічатимуться вибірки, середні значення яких значно відстоять від b. Імовірності їх визначаються малими ординатами на крилах кривої розподілу. Уся сім'я вибіркових середніх розподілиться так: 68 % їх зосередиться в інтервалі від $-\beta$ до $+\beta$, 95 % — в інтервалі від -2β до $+2\beta$ і 99 % — в інтервалі від -3β до $+3\beta$ відносно центра b (у нормованих змінних t відповідні інтервали обмежені значеннями -1 і $+1$, -2 і $+2$, -3 і $+3$). Це означає, що при реалізації однієї з сім'ї вибірок імовірність того, що її середня опиниться в першому інтервалі, дорівнює 0,68, у другому — 0,95, у третьому — 0,99 (останнє значення свідчить про те, що майже всі можливі вибіркові середні потрапляють в інтервал від -3β до $+3\beta$). Ці величини і є довірчими ймовірностями, які визначають надійність вибірки. Довірча ймовірність того, що різниця між вибірковою і генеральною середніми менша від деякого заданого інтервалу Δ, визначається за таблицями функції Лапласа для великого обсягу вибірки (дод. 2) і за таблицями функції Стьюдента для малого обсягу вибірки (дод. 5):

$$\mathrm{P}(|\overline{x}-a|\le\Delta)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\displaystyle\int e^{-\frac{t^2}{2}}dt & \text{для } n\ge 30; \quad (3.1)\\[2ex] C\displaystyle\int\left(1+\dfrac{t^2}{n-1}\right)^{-\frac{n}{2}}dt & \text{для } n\le 30. \quad (3.1')\end{cases}$$

Проінтерпретувавши криві на верхньому і нижньому графіках рис. 3.1, пояснимо логіку визначення обсягу вибірки n. Ці криві незалежні: середнє значення $\overline{x}_i$ вибірок тісніше групуються в околі середньої генеральної a, ніж значення x_i генеральної сукупності в околі цього самого значення a.

Отже, розподіл спортсменів-стрільців за кількістю влучень у ціль має більший розмах (див. верхній графік рис. 3.1), ніж розмах середніх, розрахованих для різних вибірок (див. верхній графік рис. 3.1). Припустимо, спортсмени в середньому вразили 10 цілей. Це середня генеральна. Відхилення від неї можуть бути великі: знайдуться стрільці, які жодного разу не влучили в ціль і які влучили 20 разів у ціль, а в середньому це й становить 10 влучень. Водночас середні значення за вибірками не так істотно варіюються: в окремих вибірках мінімальне значення середньої може дорівнювати близько 7, а максимальне — близько 13 влучень, що так само в середньому становить 10 влучень. Але розсіяння поблизу цього значення кількості влучень окремих спортсменів значно перевищує розсіяння за вибірками (груповими середніми). Тобто дисперсія верхньої кривої на рис. 3.1, перевищує дисперсію нижньої кривої у n разів, що дорівнює, як це буде показано далі, чисельності вибірки. Справді, значення x_i у вибірці з n елементів на шкалі абсцис верхнього графіка рис. 3.1 можна розглядати як незалежні ВВ X_i, параметри яких, згідно з центральною граничною теоремою, при збільшенні чисельності вибірки n до чисельності генеральної сукупності N прямують до значень числових характеристик генеральної сукупності:

$$\bar{x} = M[X] \underset{n \to N}{\overset{\text{імовір.}}{\to}} a; \tag{3.2}$$

$$\sigma^2 = D[X] \underset{n \to N}{\overset{\text{імовір.}}{\to}} \alpha^2. \tag{3.3}$$

На нижньому графіку рис. 3.1 зображено розподіл складної ВВ $\bar{X}$, де $\bar{X}$ — середня арифметична ВВ X_i :

$$\bar{X} = \frac{1}{n}(X_1 + \ldots + X_n), \tag{3.4}$$

який характеризується параметрами b і β^2. Внаслідок наведеного граничного виразу для середніх значень вибірок (3.2) і властивості математичного очікування суми незалежних ВВ X_i (2.6), а також з урахуванням (3.4) середня ВВ X_i

$$b = M[\bar{X}] = \frac{1}{n}(M[X_1] + \ \ldots \ + M[X_n]) \to \frac{na}{n} = a.$$

Внаслідок граничного значення дисперсій вибірок (3.3) і властивостей дисперсії, помноженої на постійний множник суми незалежних ВВ X_i (2.5′) і (2.6′), дисперсія ВВ $\bar{X}$

$$\beta^2 = D[\bar{X}] = D\left[\frac{1}{n}(X_1 + \ldots + X_n)\right] = \frac{1}{n^2}(D[X_1] + \ldots + D[X_n]) \to$$

$$\to \frac{1}{n^2}(\alpha^2 + \ldots + \alpha^2) = \frac{n\alpha^2}{n^2} = \frac{\alpha^2}{n}.$$

З останнього виразу випливає, що чисельність вибіркової сукупності n дорівнює відношенню генеральної дисперсії до дисперсії вибірок:

$$n = \frac{\alpha^2}{\beta^2}. \tag{3.5}$$

З цієї формули так само випливає, що в міру наближення n до обсягу генеральної сукупності N дисперсія β^2 зменшуватиметься, тобто нижня крива на рис. 3.1 звужуватиметься, а це означає, що будь-яка велика вибірка дає високу точність вимірюваних параметрів або малу помилку. Отже, її середньоквадратичне відхилення характеризує *точність* вимірювання. Тому назвемо β *середньою помилкою ви-*

бірки μ:

$$\mu \equiv \beta.$$

Підставивши β у (3.5), одержимо формулу, яка пов'язує кількість осіб у вибірці n із середньою помилкою вибірки μ, якщо відома дисперсія генеральної сукупності α^2:

$$n = \frac{\alpha^2}{\mu^2}. \tag{3.6}$$

Формулу (3.6) можна використати як для визначення чисельності вибірки n, так і для розрахунку середньої помилки вибірки μ:

$$\mu = \sqrt{\frac{\alpha^2}{n}}. \tag{3.7}$$

Розглянута раніше нормована змінна вибіркових середніх $\overline{x}$ $t = \dfrac{\overline{x} - a}{\beta}$ водночас є *стандартизованою граничною помилкою вибірки* Δ, оскільки β, а отже, і μ, є константою для цього розподілу і може бути вибрана як стандарт для вимірювання Δ:

$$t = \frac{\Delta}{\mu}. \tag{3.8}$$

(Доречно зазначити, що n у формулі (3.6) можна назвати стандартизованою дисперсією.) З формули (3.8) знаходимо μ:

$$\mu = \frac{\Delta}{t}. \tag{3.7$'$}$$

Підставивши (3.7′) у (3.6), дістанемо

$$n = \frac{t^2\alpha^2}{\Delta^2}. \tag{3.6$'$}$$

Формула (3.6′) пов'язує кількість осіб у вибірці n і граничну помилку вибірки Δ при заданих значеннях t і α. Отже, якщо задатись точністю вимірювання θ або граничної помилки Δ, то можна розрахувати необхідну кількість осіб для опитування. Якщо ж відома чисельність вибірки n, то можна визначити точність вимірювання θ або граничну помилку Δ. Таким чином, формула (3.6′) використовується двічі: для визначення чисельності вибірки n *до* проведення основного соціологічного опитування і для визначення репрезентативності дослідження, тобто помилки вибірки Δ *після* збирання емпіричних даних.

У формулі (3.6′) є ще дві характеристики — α^2 і t, числові значення яких розраховують так. Дисперсія α^2 — невідомий параметр розподілу генеральної сукупності. Замість α^2 у формулу (3.6′) можна підставити її оцінку

$$s^2 = \frac{n'}{n'-1} a^2,$$

розраховану з пілотажного дослідження чисельністю $n' < n$ для оцінки дисперсії з кожного запитання соціологічної анкети, шкали яких дають змогу це зробити.

Друга характеристика t у формулі (3.6′) визначається з таблиць, що складені для функції розподілу значень вибіркових середніх $\overline{X}_i$ ВВ $\overline{X}$ на нижньому графіку рис. 3.1.

Як зазначалося, нормована змінна вибіркових середніх є аргументом функції розподілу Лапласа для великих n (або Стьюдента для малих n), яка виражає довірчу ймовірність, числові значення якої табульовані. Отже, задавши певне значення довірчої ймовірності γ, за таблицею для функції (3.1) або (3.1′) знаходимо відповідні значення t. Тепер усі величини, які входять у формулу (3.6′), відомі, і можна розрахувати обсяг вибірки n.

За способом випадкового відбору одиниць розрізняють два види вибірок — *повторну* і *безповторну*. При повторній вибірці один і той же елемент може потрапити у вибіркову сукупність кілька разів, оскільки після спроби цей елемент повертається назад у генеральну сукупність і може потрапити у вибірку повторно. При безповторній вибірці кожний елемент генеральної сукупності може потрапити у вибіркову сукупність тільки один раз, оскільки після спроби він не повертається назад у генеральну сукупність. У соціологічних дослідженнях використовують тільки безповторну вибірку, оскільки кожна опитувана особа заповнює соціологічну анкету тільки один раз. Однак формула (3.6′) пов'язує середню помилку вибірки μ з величиною n при повторній вибірці з генеральної сукупності, обсяг якої прямує до нескінченності. Для визначення μ у безповторній вибірці з генеральної сукупності скінченного обсягу N треба підкорінний вираз у формулі (3.7) помножити на поправочний множник $(1 - n / N)$. У результаті одержимо

$$\mu = \sqrt{\frac{\alpha^2}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)}. \qquad (3.7'')$$

Відповідним перетворенням формули (3.7″) з урахуванням (3.8) одержимо формулу для визначення обсягу сукупності n при безповторній вибірці:

$$n = \frac{t^2 \alpha^2 N}{\Delta^2 N + t^2 \alpha^2}. \qquad (3.6'')$$

При великих значеннях N другим доданком у знаменнику $t^2\alpha^2$ можна знехтувати, і тоді формула (3.6″) зводиться до виразу для повторної вибірки (3.6′). На практиці значення n, одержані за цими формулами для великих N і малих α^2, різняться неістотно, і для простоти розрахунку n можна скористатися формулою для повторної вибірки (3.6′), визначаючи обсяг вибірки n із запасом.

Для дихотомічної ознаки, підставляючи значення дисперсії $\alpha^2 = pq$ [див. (2.4′)] у формули (3.6′) і (3.6″), дістаємо чисельність вибіркової сукупності при повторній вибірці

$$n = \frac{t^2 pq}{\Delta^2} = \frac{t^2 p(1-p)}{\Delta^2} \qquad (3.6^*)$$

і безповторній

$$n = \frac{t^2 pq}{\Delta^2 N + t^2 pq} = \frac{t^2 p(1-p)}{\Delta^2 N + t^2 p(1-p)}. \qquad (3.6^{**})$$

Ці формули лежать в основі розрахунків складніших багатомірних вибірок з випадковим відбором одиниць дослідження.

Контрольні питання

1. Сутність вибіркового методу дослідження.
2. На яких ідеях базується визначення репрезентативності та надійності вибірки?
3. Сутність центральної граничної теореми. Проінтерпретуйте закон розподілу ймовірностей випадкової величини, значеннями якої є вибіркові середні.
4. Що називається точковою й інтервальною оцінками параметрів розподілу генеральної сукупності? Що таке довірчий інтервал і довірча ймовірність?
5. З яких міркувань виводиться формула для розрахунку вибіркової сукупності та граничної помилки вибірки?
6. За якими формулами обчислюється сукупність повторної і безповторної вибірок для дискретних і дихотомічних змінних?

Розділ 4

ПЕРЕВІРКА СТАТИСТИЧНИХ ГІПОТЕЗ

4.1. СТАТИСТИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГІПОТЕЗ І ЗАКОНИ ЇХ РОЗПОДІЛУ

Теоретичний каркас будь-якої науки, у тому числі й соціології, становлять інваріантні структури, параметри, співвідношення показників досліджуваних явищ. Тому методи наукового пізнання, у тому числі й методи статистичного висновку, спрямовані на виявлення цих інваріантів на базі достовірних і надійних емпіричних даних.

Початку соціологічних досліджень передує висування статистичних гіпотез щодо закону розподілу випадкової величини і числових значень його параметрів. Наприклад, одна з гіпотез полягає в тому, що середній рівень знань слухачів системи фахового навчання дорівнює a. Природно очікувати, що в результаті вибіркового опитування буде отримане інше значення середньої арифметичної. Однак неістотними (*незначущими*) розбіжностями (назвемо їх *помилками*) знехтуємо, вважаючи їх випадковими, і гіпотезу вважатимемо такою, що не суперечить істині. Істотними ж (*значущими*) вважатимемо розбіжності, що виникли з невипадкових причин, і тому гіпотезу відхиляємо як таку, що суперечить істині. Потрібно визначити критерій, за допомогою якого можна відрізнити неістотну розбіжність від істотної. Отже, існує критичне граничне значення, по один бік якого розміщуються неістотні, а по другий — істотні відхилення параметра від істинного значення. Знайти це критичне значення можна за допомогою серії законів розподілу ймовірностей спеціальних випадкових величин, об'єднаних у так званий *закон великих чисел,* для яких генеральною сукупністю є сукупність вибірок (значень вибіркових параметрів або сконструйованих з них змінних), а не окремі елементи сукупності. Один з таких законів — закон розподілу ймовірностей середніх арифметичних за вибірками ВВ $\overline{X}$ — було розглянуто в розд. 3.

Як було показано, значення середніх вибірок у масі своїй локалізуються в околі значення середньої генеральної, а віддалені значення зустрічаються рідко (див. рис. 3.1, нижній графік). Задаючи ймовірність, яка вичерпує основну масу можливих випадкових відхилень, визначимо *критичне відхилення*, перевищення якого вже сумнівно трактувати як наслідок випадкових причин. Перевірка статистичної гіпотези (у розглядуваному випадку про певне значення середньої) полягає в тому, що на основі емпіричних даних конкретної вибірки обчислюють середню вибірки $\overline{x}$ і розбіжність її з гіпотетичним істинним значенням. Потім цю розбіжність порівнюють з критичним значенням: якщо ця розбіжність менша від критичного значення, то вважатимемо її незначущою, і гіпотезу приймаємо, а якщо вона перевищує критичне значення, то вважатимемо її значущою, і гіпотезу відхиляємо.

Аналогічну процедуру виконуємо при перевірці статистичних гіпотез про відповідність емпіричних частот певному закону розподілу і про числові значення інших параметрів — дисперсії, середньоквадратичного відхилення, коефіцієнта кореляції та ін.

Проаналізуємо поведінку сукупності оцінок параметрів генеральної сукупності при реалізації множини гіпотетичних вибірок. Якщо розрахувати параметри розподілу ВВ X для кількох вибірок, то виявиться, що вибіркові середні $\overline{x}_i$ прямують до генеральної середньої a, а вибіркові дисперсії σ_i^2 — до величини $\frac{n-1}{n}\alpha^2$, що менша від значення генеральної дисперсії α^2. Тому кажуть, що вибіркова середня є *незміщеною* оцінкою, а вибіркова дисперсія — *зміщеною* (через систематичну помилку) оцінкою відповідних генеральних параметрів. *Незміщеною* оцінкою дисперсії є виправлена вибіркова дисперсія

$$s^2 = \frac{n}{n-1}\sigma^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2. \qquad (4.1)$$

Наприклад, у табл. 2.4 подано результати навчання 10 спортсменів-стрільців, які вимірюються кількістю влучень. Для розглядуваної вибірки незміщеними оцінками є значення середньої $\overline{x} = 15$ влучень, виправлені дисперсія

$$s^2 = \frac{10}{10-1}\cdot 32{,}5 = 36 \ \text{(влучень)}^2$$

і середньоквадратичне відхилення $s = 6$ влучень.

Відхилення незміщеної оцінки від істинного значення параметра становить помилку. Чи велика вона? Про це можна судити на основі таких міркувань. Кожна нова вибірка дає інші числові значення параметрів, інші оцінки. Отже, через випадковість вибірки оцінки і їх відхилення від істинних значень параметрів є значеннями відповідної випадкової величини. Тому, щоб судити про величину можливих відхилень, доцільно встановити закон розподілу ймовірностей їх появи на основі формування розподілу значень похибок для множини можливих гіпотетичних вибірок. Для вимірювання похибок частот розподілу ВВ X і кожного параметра сконструйовано спеціальну змінну, що називається *статистичною характеристикою гіпотези*:

$$\chi^2 = \sum \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i} \qquad \text{для частот розподілу;} \tag{4.2}$$

$$z = \frac{|\bar{x} - a|}{\beta} = \begin{cases} \sqrt{n}\,\dfrac{|\bar{x} - a|}{\sigma}, \\ \sqrt{n}\,\dfrac{|w - p|}{\sqrt{pq}}; \end{cases} \tag{4.3}$$

для середньої (2.1) або (2.3) і для частки (2.3′);

$$t = \frac{|\bar{x} - a|}{\beta} = \begin{cases} \sqrt{n}\,\dfrac{|\bar{x} - a|}{s}, \\ \sqrt{n}\,\dfrac{|w - p|}{\sqrt{w_0 w_1}} \end{cases} \tag{4.3′}$$

$$\chi^2 = (n-1)\frac{s^2}{\sigma^2} \qquad \text{для дисперсії (2.2), (2.4), (2.4′);} \tag{4.4}$$

$$t = \sqrt{n-2}\,\frac{r}{\sqrt{1-r^2}} \qquad \text{для коефіцієнта кореляції (2.8);} \tag{4.5}$$

$$v^2 = \frac{s_x^2}{s_y^2} \qquad \text{для відношення дисперсій (2.1).} \tag{4.6}$$

Введемо загальне позначення випадкової величини для статистичних характеристик X^2 (“хі-квадрат”), Z, T, V^2 літерою Ξ (“ксі”) і значення її ξ_i, а її ймовірностей — Р і р. Хоча помилка кожної вибірки може бути довільною, у сукупності вони формують стійкий закон розподілу ймовірностей ВВ Ξ, який можна записати в диференціальній та інтегральній формах:

$$p(\xi < \Xi < \xi + d\xi) = p(\xi)\,d\xi;$$
$$P(\Xi \le \xi) = \int_{\xi}^{\infty} p(\xi)\,d\xi. \qquad (4.7)$$

У цьому законі відображується та особливість, що зростаючі помилки зустрічаються рідко (наприклад, нижній графік на рис. 3.1, де $\xi \equiv \overline{x}$).

Усі зазначені види випадкових величин, які відображують помилки виміряних частот і параметрів розподілів, описуються такими законами розподілу ймовірностей ВВ Ξ:

ВВ χ^2 — розподілом Пірсона (“хі-квадрат”);
ВВ Z — розподілом Гаусса (функцією Лапласа);
ВВ T — розподілом Стьюдента (t-розподілом);
ВВ V^2 — розподілом Фішера – Снедекора (F- чи V^2-розподілом).

Знання цих законів розподілу помилок, тобто знання повної картини частот можливих відхилень оцінок від істинного значення параметра (статистичні характеристики гіпотези), дає змогу передбачити величину помилки параметра, обчисленого за даними однієї вибірки. Справді, доцільно всі помилки ВВ Ξ, що зустрічаються, поділити на два класи: *допустимі* й *недопустимі*. У першому випадку вважатимемо, що розбіжність оцінки з істинним (генеральним) значенням параметра незначуща (неістотна), тобто є результатом випадковості, яким можна знехтувати. У другому випадку вважатимемо, що розбіжність значуща (істотна), оскільки вона перевищує розумну міру трактування події як випадковості. Отже, розбіжність зумовлена певною причиною. Тому обчислене емпіричне значення параметра не можна вважати оцінкою параметра генеральної сукупності. Відповідь на питання, як часто зустрічаються допустимі й недопустимі помилки, дає закон розподілу цих помилок (статистичних характеристик гіпотези), виражених ВВ Ξ.

Як же практично вирішується питання, чи можна достовірно вважати емпіричні частоти оцінками теоретичних частот даного закону розподілу, а обчислені значення параметрів — оцінками параметрів генеральної сукупності?

Відповідь на це запитання називається *статистичним висновком*, який базується на *статистичних гіпотезах.* За визначенням, кожна несуперечлива множина припущень, що належить до розподілу n-мірної випадкової величини $X\ \{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$, називається *статистичною гіпотезою.* У застосуванні до аналізу соціального статистичного об'єкта позначення $X_1, X_2, \ldots, X_n$ виражають перелік питань соціологічної анкети.

Статистичні гіпотези поділяються на *основні*, або *нульові*, і на *конкуруючі*, або *альтернативні*. Основна гіпотеза містить припущення про вид розподілу, про конкретні значення його параметрів або їх співвідношення, наприклад, про те, що генеральна середня $a = a_0$. Конкуруюча гіпотеза може бути про те, що або $a \neq a_0$, або $a > a_0$, або $a < a_0$.

Статистичний висновок щодо справедливості гіпотез ніколи не буває категоричним, а завжди має ймовірнісний характер. Перевірка гіпотези полягає у вирішенні питання, прийняти чи відхилити цю гіпотезу. Рішення приймається на основі *статистичного критерію значущості.*

Розглянемо картину розподілу помилок параметрів, тобто розподілу значень статистичних характеристик (наприклад, див. рис. 4.1 і 4.3). Область допустимих помилок називатимемо *областю прийняття гіпотези*, а область недопустимих помилок — *критичною* (відповідає заштрихованим ділянкам на рис. 4.1 і 4.3).

Постає запитання: для чого поряд з основною гіпотезою необхідно зазначати й конкуруючу? Річ у тім, що, припускаючи істинне значення параметра розподілу генеральної сукупності, можна припускати й очікуване від нього відхилення у вибірці, причому можливі три варіанти очікуваних відхилень: по обидві сторони, по праву і ліву сторони від істинного значення, і тоді для перевірки гіпотези необхідно визначити двосторонню, право- й лівосторонню критичні області.

Імовірність того, що помилка параметра не перевищить допустиму величину, тобто оцінка виявиться в області прийняття гіпотези, характеризує *рівень достовірності* одержаного результату й називається *довірчою ймовірністю* $\gamma = \mathrm{P}(\Xi < \xi_{\text{кр}})$.

Звернемо увагу на те, що при вивченні точності вимірювання середніх у розділі 3 про вибірковий метод за допомогою задання довірчої ймовірності γ, яка характеризує *надійність вимірювання*, було визначено довірчий інтервал, якому відповідає область прийняття гіпотези при визначенні двосторонньої критичної області (центральна ділянка на рис. 3.1, нижній графік).

Імовірність того, що відхилення перевищить допустиму величину, тобто оцінка виявиться у критичній області, називається *рівнем значущості*:

$$\varepsilon = 1 - \mathrm{P}(\Xi < \xi_{\text{кр}}) = \mathrm{P}(\Xi \geq \xi_{\text{кр}}).$$

У випадку двосторонньої критичної області надійність пов'язана з рівнем значущості ε співвідношенням

$$\gamma = 1 - \varepsilon.$$

Поділ відхилень на допустимі й недопустимі умовний. Тому практично дослідник повинен заздалегідь встановити максимальну ймовірність (рівень значущості ε) припущення такого великого відхилення (критичного значення критерію значущості $\xi_{кр}$), значення вище якого можна вважати неістотними з випадкових причин. Закон розподілу ймовірності $p(\xi)$ ВВ Ξ (4.7) дає змогу для заданого значення рівня значущості ε обчислити *критичну точку* $\xi_{кр}$, яка виокремлює критичну область від області прийняття гіпотези.

Звернімо увагу на те, що одному й тому самому рівню значущості ε відповідають різні критичні точки для одно- та двосторонньої критичної області (яку з них треба розглядати, випливає з конкуруючої гіпотези).

На практиці значення $\xi_{кр}$ беруть із заздалегідь складених таблиць для критеріїв значущості $\xi = \xi(\varepsilon)$ усіх параметрів χ^2, z, t, v (дод. 2, 3, 5). Потім на основі емпіричних даних обчислюють ξ_e і порівнюють з $\xi_{кр}$: якщо ξ_e потрапляє в область прийняття гіпотези, то гіпотезу приймають, а якщо у критичну область, то гіпотезу відхиляють. Відповідно конкуруючу гіпотезу відхиляють і приймають.

Оскільки ймовірність прийняття гіпотези не дорівнює одиниці, є ризик допуститись помилок подвійного роду, суть яких зрозуміла з табл. 4.1.

Таблиця 4.1

Гіпотеза	Справедлива	Несправедлива
Приймається	Правильне рішення	Помилка другого роду
Відхиляється	Помилка першого роду	Правильне рішення

Може статися, що обчислене значення критерію потрапляє у критичну область, а тому гіпотезу необхідно відхилити, але це ще не означає, що гіпотеза несправедлива: можливо, відповідне значення критерію є результатом невдалої вибірки або з інших причин. Так, з імовірністю ε є ризик зробити *помилку першого роду*.

І навпаки, якщо емпіричне значення критерію потрапило в область прийняття гіпотези, то її приймають. Насправді ж гіпотеза є несправедливою. Отже, було зроблено *помилку другого роду*.

Розглянемо приклади перевірки основних гіпотез, зокрема про розподіл емпіричних частот w_i, тобто про закон розподілу, і про значення його параметрів a і α^2.

4.2. ПЕРЕВІРКА ГІПОТЕЗИ ПРО НОРМАЛЬНИЙ РОЗПОДІЛ ГЕНЕРАЛЬНОЇ СУКУПНОСТІ

Щоб достовірно судити про закон розподілу генеральної сукупності за деякою характеристикою x, треба виконати вимірювання для кожного її елемента. Реально ж такий висновок треба зробити на базі вимірювання обмеженої кількості одиниць вибірки. Щоразу результати аналізу емпіричних даних статистичного явища, що підпорядковуються певному закону розподілу, виходять різні й не збігаються з теоретичним розподілом імовірностей випадкової величини. Але ступінь відхилення від закону частіше невеликий і рідше — більший. Іноді відхилення від закону має систематичний характер, і причина цього відхилення може стати проблемою соціологічного дослідження в тому розумінні, що виявлення й усунення причини відхилення приводить до виконання закону і, отже, до розв’язання проблеми. Але відхилення від закону можуть мати й випадковий характер внаслідок більш або менш вдалої організації вибірки з генеральної сукупності. Тоді постає питання, чи підпорядковується насправді емпіричний розподіл ВВ X гіпотетичному теоретичному закону, не дивлячись на наявність відхилення. У цьому полягає суть основної гіпотези. Для її перевірки використовують критерій узгодження “хі-квадрат” Пірсона.

Якщо побудувати графіки полігонів розподілу ВВ X на основі емпіричних даних та очікуваних (обчислених за формулою функції розподілу деякого закону) частот і накласти їх один на одного, то в загальному випадку вони не збігатимуться (рис. 4.2). Величина χ^2 визначає величину цієї розбіжності у вигляді суми нормованих квадратів відхилень “рівноважної” теоретичної кривої:

$$\chi^2 = \sum^{k} \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}, \tag{4.8}$$

де n_i, np_i — частоти відповідно емпіричні і теоретичні; n — кількість осіб у масиві, p_i — імовірності теоретичного закону розподілу; k — кількість інтервалів на шкалі.

Чисельник формули (4.8) виражає різницю між частотами теоретичного й емпіричного розподілів кожного доданка, піднесену до квадрата; дріб у цілому визначає відносну частку розбіжності для кожного доданка; сума виражає загальну відносну розбіжність емпіричного й теоретичного розподілів. Власне, підсумовується відносна розбіжність теоретичної й емпіричної частот відповідних полігонів, які описують розподіл ВВ *X*. Якщо емпіричний і теоретичний розподіли ВВ *X* збігаються, то різниці між відповідними частотами дорівнюють нулю, і $\chi^2 = 0$. Чим більші ці різниці, тим більше емпіричний розподіл не збігається з теоретичним законом. Однак якщо при підрахунку χ^2 буде одержано деяке абстрактне число, наприклад 3 чи 23, то постане питання, чи є значущою ця розбіжність і чи можна прийняти гіпотезу про відповідність розподілу генеральної сукупності нормальному закону. Потрібен критерій, і вводиться він на основі закону розподілу ВВ X^2 (“хі-квадрат”), в основі якого лежить таке міркування. Якщо теоретичний закон, тобто закон Гаусса, що описує конкретне явище, має місце, то при реалізації множини гіпотетичних вибірок одержимо ряд емпіричних кривих, які в різному ступені не збігатимуться з гіпотетичним теоретичним розподілом, але, як виявляється, у цій сукупності майже немає кривих, які точно збігаються з теоретичною кривою, так само як і кривих, які істотно розбігаються; більшість же кривих виявлятиме помірну розбіжність з теоретичною кривою. Ця тенденція має стійкий характер, що дає змогу виразити її в аналітичному вигляді й сформулювати у вигляді закону розподілу ВВ X^2 (рис. 4.1).

ВВ X^2 (“хі-квадрат”), яка виражає міру розбіжності теоретичного й емпіричного розподілів ВВ *X* (“ікс”), набуває різних значень χ_1^2, …, χ_n^2 у різних вибірках. Закон розподілу ВВ X^2 записується в диференційній та інтегральній формах.

Функція густини ймовірності $p(\chi^2)$ ВВ X^2 показує, яка ймовірність p того, що в даній вибірці ступінь розбіжності теоретичного й емпіричного розподілів ВВ *X* дорівнює χ^2 для дискретної змінної $p(\mathrm{X}^2 = \chi^2)$ або в її околі для неперервної змінної $p(\chi^2 < \mathrm{X}^2 < \chi^2 + d\chi^2)$. Функція $p(\chi^2)$ має такий вигляд:

$$p(\chi^2) = \frac{1}{2^{\frac{\nu}{2}}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} e^{-\frac{\chi^2}{2}} \chi^{2\left(\frac{\nu}{2}-1\right)}, \qquad (4.8')$$

де $\Gamma(\nu/2)$ — константа (яка дорівнює гаммі-функції Ейлера) для даного ν; ν — кількість ступенів свободи.

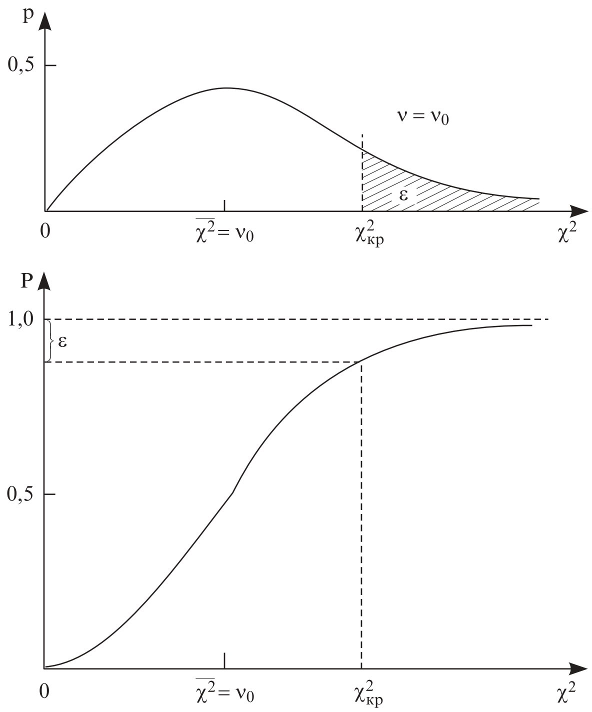


Рис. 4.1

Загалом кількість ступенів свободи ν — це кількість спостережень x_i ВВ X, які незалежно реалізуються на неперервній шкалі (дорівнює n реалізаціям $x_1, x_2, \ldots, x_n$ за мінусом кількості співвідношень s, які пов'язують ці реалізації: $\nu = n - s$). У разі інтервальної шкали n значень x_i вкладаються в k інтервалів, і тоді кількість ступенів свободи визначається як кількість інтервалів k за мінусом кількості співвідношень s, які пов'язують k груп значень x_i: $\nu = k - s$. Наприклад, опитувана сукупність ($n = 200$ осіб) поділяється на дві групи за статтю ($k = 2$) і є одне співвідношення ($s = 1$), яке пов'язує ці сукупності: $n = \sum n_i = n_ч + n_ж$. Це означає, що достатньо зазначити тільки кількість осіб однієї статі, скажімо чоловіків ($n_ч = 70$ осіб), щоб визначити кількість жінок: $n_ж = n - n_ч = 200 - 70 = 130$, тобто тільки одна з двох груп спостереження є незалежною і визначає кількість ступенів свободи: $\nu = k - s = 2 - 1 = 1$.

Якщо відомі параметри розподілу ВВ X — середня $\overline{x}$ і дисперсія σ^2, — формули для розрахунку яких пов'язують, або кількість n спостережень x_i на неперервній шкалі (2.1) і (2.2), або кількість k груп x_i на інтервальній шкалі (2.3) і (2.4), то кількість ступенів свободи зменшується додатково ще на дві одиниці, тобто загалом на три одиниці ($s = 3$), і дорівнює $\nu = k$ (або n) $- 3$.

Якщо в формулу (4.8′) підставити спочатку малі значення χ_i^2 для різних вибірок з відомою кількістю ступенів свободи ν, а потім дедалі більші й відкладати одержані значення на графіку (рис. 4.1, верхній графік), то крива спочатку зростатиме, досягне максимуму в точці $\chi^2_{\max}$ для наймовірнішої вибірки (найчастіше зустрічаються в сукупності вибірок), а потім знижуватиметься, не перетинаючись з віссю абсцис. Це означає, що існує надто мала ймовірність реалізації дуже невдалої вибірки з великим відхиленням χ^2 від теоретичного розподілу ВВ X. Розподіл ВВ X^2 характеризується такими параметрами: середньою $\overline{\chi^2} = \nu_0$ і дисперсією $\sigma^2{}_{\chi^2} = 2\nu_0$. Якщо кількість ступенів свободи $\nu > 30$, то розподіл ВВ X^2 ("хі-квадрат") прагне до нормального розподілу Гаусса (2.7) і (2.9).

Функція розподілу ВВ X^2 в інтегральній формі $P(X^2)$ виражає ймовірність $P(X^2 \le \chi^2)$ того, що розбіжність теоретичного й емпіричного розподілів ВВ X не перевищує деякого значення χ^2 (рис. 4.1, нижній):

$$P(\chi^2) = \int_0^{\chi^2} p(\chi^2)\, d\chi^2. \tag{4.8″}$$

На основі закону розподілу ВВ X^2 доходимо висновку щодо справедливості гіпотези про те, що статистичний ряд емпірично одержаних значень $x_1, x_2, \ldots, x_n$, яких набуває ВВ X, підпорядковується деякому закону розподілу, наприклад нормальному, за формулами (2.7) і (2.9).

Оскільки точна збіжність вибіркової кривої розподілу ВВ X з теоретичною (коли $\chi^2 = 0$) малоймовірна (значення ординати на початку координат на рис. 4.1), необхідно задати розмір прийнятної розбіжності, тобто задати так звану *критичну величину* $X^2 = \chi^2_{кр}$, що дає змогу дійти висновку про те, що розбіжність, яка не перевищує її, є випадковою або незначущою (тобто емпіричний розподіл ВВ X не суперечить гіпотезі про підпорядкування його теоретичному закону), а якщо перевищує, то ця розбіжність є невипадковою або значущою (тобто емпіричний розподіл ВВ X суперечить цій гіпотезі).

Вибране критичне значення $\chi^2{}_{кр}$ ділить вісь абсцис на графіках на рис. 4.1 на дві частини: область значень $\chi^2 < \chi^2{}_{кр}$ прийняття гіпотези про те, що опис генеральної сукупності гіпотетичним теоретичним законом розподілу ВВ *X*, не суперечить такому висновку на базі емпіричних даних (але й не гарантує, що цей теоретичний закон розподілу ВВ *X* єдино можливий) і на критичну область значень $\chi^2 \geq \chi^2_{кр}$, де ця гіпотеза не приймається.

Імовірність $P(X^2 < \chi^2_{кр})$, якій відповідає незаштрихована площа під кривою $p(\chi^2)$ на верхньому графіку і рівня її значення ординати на нижньому (рис. 4.1), вказує частку вдалих вибірок (репрезентативних, які дають змогу на основі емпіричних даних підтвердити гіпотезу про теоретичний закон розподілу ВВ *X*) з множини гіпотетично реалізованих, а ймовірність

$$\varepsilon = P(X^2 < \chi^2_{кр}) = 1 - P(X^2 < \chi^2_{кр}) = \int\limits_{\chi_{кр}}^{\infty} p(\chi^2)\, d\chi^2,$$

якій відповідає заштрихована площа під кривою на верхньому графіку і відповідний їй відрізок ординати на рис. 4.1, вказує частку невдалих у зазначеному розумінні вибірок, яка визначається рівнем значущості ε.

Звернемось до прикладу про активність стрільців спортивного клубу у вивченні предмета стрільби. У табл. 2.5 наведено абсолютні n_i і відносні w_i частоти емпіричного розподілу, а також відповідні їм імовірності p_i та теоретичні частоти, визначені на основі гіпотези про те, що цей розподіл є нормальним. З їх порівняння (рис. 4.2) випливає, що повної збіжності між ними немає. Питання полягає в тому, щоб з'ясувати ступінь узгодженості цих розподілів і надійність такого висновку.

За даними табл. 2.5 і формулою (4.8) обчислимо χ^2:

$$\chi^2 = \frac{(1-0{,}8)^2}{0{,}8} + \frac{(2-2{,}7)^2}{2{,}7} + \frac{(4-4)^2}{4} + \frac{(2-2{,}7)^2}{2{,}7} + \frac{(1-0{,}8)^2}{0{,}8} = 0{,}44.$$

Залежно від вимог змістового аналізу задачі задамося значенням довірчої ймовірності Р того, що для цього емпіричного розподілу виконується нормальний закон, скажімо Р = 0,95. У дод. 5 для рівня значущості ε = 1 − Р = 0,05 знаходимо відповідне критичне значення $\chi^2_{кр}$ для кількості ступенів свободи ν = 5 − 1 = 4: $\chi^2_{кр} = 9{,}5$. Порівняємо обчислене значення “хі-квадрат” з табличним: якщо $\chi^2_{е} < \chi^2_{кр}$, тобто $\chi^2_{е}$

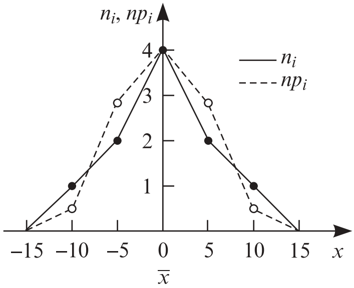


Рис. 4.2

лежить лівіше від $\chi^2_{кр}$ на графіку розподілу ВВ X^2 (див. рис. 4.1), то це означає, що емпіричний ряд статистичних даних описується теоретичним законом; якщо ж $\chi^2_е \geq \chi^2_{кр}$, тобто лежить правіше від критичного значення $\chi^2_{кр}$ на рис. 4.1, то розбіжність надто велика, і теоретичного закону не спостерігається. У розглядуваному прикладі $\chi^2_е = 0{,}44$, що менше $\chi^2_{кр} = 9{,}5$. Отже, з імовірністю 0,95 можна прийняти гіпотезу про те, що ступінь активності спортсменів на заняттях зі стрільби підпорядковується закону нормального спортсменів розподілу. Але існує ймовірність ($\varepsilon = 0{,}05$), що буде зроблено помилку першого роду, якщо в результаті повторних досліджень виявиться, що гіпотеза про нормальний розподіл неправильна, проте її все ж прийнято.

4.3. ПЕРЕВІРКА ГІПОТЕЗИ ПРО ГЕНЕРАЛЬНУ СЕРЕДНЮ

Перевірка гіпотези про генеральну середню a за вибірковою середньою $\overline{x}$ базується на законі розподілу Гаусса ВВ Z (4.3)

$$z = \frac{|\overline{x} - a|}{\beta} = \sqrt{n}\,\frac{|\overline{x} - a|}{\alpha},$$

якщо генеральна дисперсія α^2 відома, і на законі розподілу Стьюдента ВВ T (4.3′)

$$t = \frac{|\overline{x} - a|}{\beta} = \sqrt{n}\,\frac{|\overline{x} - a|}{s},$$

якщо генеральна дисперсія невідома, а тому використовується виправлена вибіркова дисперсія s^2.

У розділі 3 про вибірку показано, що оцінки $\overline{x}_i$ середньої генеральної a є значенням ВВ $\overline{X}$ у різних вибірках і що ці оцінки, хоча й набувають довільних значень від вибірки до вибірки, у сукупності прямують до середньої генеральної a, утворюючи стійкий розподіл Гаусса. Центровані значення Δ_i, які виражають відхилення від генеральної середньої a, тобто помилки оцінок $\Delta_i = |\overline{x}_i - a|$, так само описуються законом Гаусса. Стандартизовані (нормовані) значення

$$z = \frac{\Delta_i}{\beta} = \sqrt{n}\,\frac{\Delta_i}{\alpha}$$

так само підпорядковуються цьому ж закону (4.9), оскільки ділення помилки Δ_i на сталу (оскільки α^2 відомо) $\beta = \alpha / \sqrt{n}$ (3.7), враховуючи (3.7′), не впливає на формування її закону розподілу. Інша річ, коли α^2 не відоме. Тоді в чисельнику дробу (позначимо його $t_i = \Delta_i/\beta = \sqrt{n}\,\Delta_i/s_i$) залишається помилка Δ_i, розподілена за законом Гаусса, а у знаменнику замість константи α стоїть вибіркове середньоквадратичне відхилення s, яке саме є випадковою величиною, квадрат якої — оцінка генеральної дисперсії — описується (як буде показано далі) законом X^2 ("хі-квадрат") Пірсона. Оскільки нова випадкова величина T є відношенням двох випадкових величин $T = Z/\sqrt{X^2}$, то й розподіл ВВ T так само формується як відношення розподілів ВВ Z і ВВ X^2, яке називається *розподілом Стьюдента* (4.10). Оскільки X^2 ("хі-квадрат") залежить від кількості ступенів свободи ν, то й T так само залежить від ν.

Отже, сукупність помилок ξ_i середніх вибіркових $\overline{x}_i$ відносно середньої генеральної a підпорядковується закону Гаусса для великих вибірок і закону Стьюдента для малих вибірок, що показує ймовірність p_i того, що для конкретної вибірки значення випадкової величини для помилки Ξ (Z або T) дорівнюватиме ξ_i (z_i або t_i) при запису цих законів у диференціальній формі. Густини ймовірності для дискретних змінних $\mathrm{p}(Z = z_i)$ і $\mathrm{p}(T = t_i)$ відповідають функції розподілу неперервних змінних z і t:

$$\mathrm{p}(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \qquad \text{для} \quad n > 30; \tag{4.9}$$

$$\mathrm{p}(t) = c\left(1 + \frac{t^2}{n-1}\right)e^{-\frac{n}{2}} \qquad \text{для} \quad n < 30 \tag{4.10}$$

і ймовірність P_i того, що помилка Ξ (Z або T) для цієї вибірки не перевищуватиме ξ_i (z_i або t_i) при записі цих законів [див. також (3.1) і (3.1′)] в інтегральній формі:

$$P(Z < z_i) = \int_z p(\zeta)d\zeta \qquad \text{для} \quad n > 30; \tag{4.9′}$$

$$P(T < t_i) = \int_t p(\zeta)d\zeta \qquad \text{для} \quad n < 30. \tag{4.10′}$$

Значення наведених функцій табульовані. При $n > 30$ розподіл Стьюдента фактично збігається з розподілом Гаусса, що дає можливість користуватися таблицями функцій Лапласа, які відповідають закону Гаусса (дод. 1 і 2). Криві Гаусса і Стьюдента (рис. 4.3) у диференціальній та інтегральній формах подібні, але останні на периферійних ділянках пологіші.

Вирішуючи питання про те, чи є деякі вибіркові середні $\overline{x}$ оцінкою генеральної середньої a, треба визначити критичну область значень відповідно z_i або t_i. Для цього задаємося рівнем значущості ε і за таблицями розподілів Гаусса (дод. 2) або Стьюдента (дод. 4) визначаємо критичні точки $z_{кр}$ або $t_{кр}$. Середні вибіркові значення $\overline{x}_i$ можуть відхилятися від генеральної середньої a у бік зменшення або збільшення. Тому, як правило, треба визначити двобічну критичну область (заштриховані ділянки під кривою на верхньому графіку рис. 4.3), хоча якщо в гіпотезі йдеться про те, що вибіркова середня або тільки перевищує, або не перевищує генеральну середню, то треба визначити або право-, або лівосторонню критичну область.

(Через симетричність функції $P(z)$ у дод. 2 наведена таблиця тільки для значень з границями інтегрування від 0 до $+\infty$, що відповідає верхній ділянці нижньої кривої на рис. 4.3. Тому при визначенні $z_{кр}$ потрібно від верхнього значення ординати, що дорівнює 1/2, відняти ε або ε/2 відповідно для одно- та двосторонньої критичної області, що дорівнює шуканому значенню функції $P(z_{кр})$, якому в дод. 2 відповідає $z_{кр}$.)

Далі логіка аналізу така: якщо емпіричне значення $z_е$ (або $t_е$) не перевищує $z_{кр}$ (або $t_{кр}$), тобто потрапляє в область прийняття гіпотези, то гіпотеза приймається, а якщо $z_е$ (або $t_е$) перевищує $z_{кр}$ (або $t_{кр}$), тобто потрапляє у критичну область, то гіпотеза відхиляється.

Розглянемо приклад оцінки середньої кількості влучних пострілів спортсменів на тренуваннях зі стрільби.

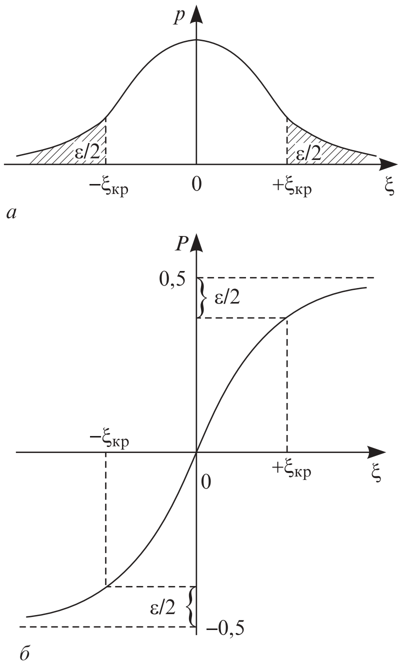


Рис. 4.3

Перший приклад стосується випадку, коли за умовою задачі відомі значення генеральної дисперсії ($\alpha^2 = 16$) і відповідно значення середньоквадратичного відхилення ($\alpha = 4$). Потрібно на рівні значущості $\varepsilon = 0{,}05$ перевірити основну гіпотезу про те, що середня кількість влучних пострілів спортсменів на тренуваннях $a = 12$. Результати вибіркового дослідження десяти спортсменів ($n = 10$) наведені в табл. 2.4. На базі цих даних обчислена вибіркова середня $\overline{x} = 15$. Розрахуємо значення статистичної характеристики $z_е$:

$$z_е = \sqrt{n}\,\frac{|\overline{x} - a|}{\alpha} = \sqrt{10}\,\frac{|15 - 12|}{4} = 2{,}4.$$

Визначимо критичну точку $z_{кр}$ двосторонньої критичної області для рівня значущості $\varepsilon = 0{,}05$ за таблицею функції Лапласа (дод. 2) для $P(z) = 1 - \varepsilon/2 = 0{,}475$: $z_{кр} = 1{,}96$. Порівняємо обчислене й табличне значення критерію z:

$$(z_е = 2{,}4) > (z_{кр} = 1{,}96),$$

оскільки $z_е > z_{кр}$, то гіпотезу відхиляємо, а це означає, що не можна вибіркову середню взяти як оцінку генеральної середньої, оскільки вони істотно різняться: відмінність надто велика, щоб її можна було пояснити випадковими чинниками. Отже, треба прийняти конкуруючу гіпотезу про те, що, мабуть, існують причини того, щоб майстерність спортсменів, яка вимірюється кількістю влучних пострілів, перевищувала очікуване значення.

Другий приклад стосується випадку, коли генеральна дисперсія α^2 невідома. Скористаємося попередніми емпіричними даними з табл. 2.4. За умовою задачі треба на рівні значущості $\varepsilon = 0{,}05$ перевірити основну гіпотезу про те, що середня кількість влучних пострілів спортсменів генеральної сукупності $a = 12$. Для обчислення критерію t звернемося до табл. 2.4. З неї випливає: обсяг вибірки $n = 10$ осіб; вибіркова середня $\bar{x} = 15$ влучень; виправлене середнє квадратичне відхилення $s = 6$ влучень; кількість ступенів свободи $\nu = k - 1 = 5 - 1 = 4$, де $k = 5$ — кількість інтервалів на шкалі кількості пострілів x. Визначимо емпіричне значення статистичної характеристики $t_е$:

$$t_е = \sqrt{n}\,\frac{|\bar{x} - a|}{s} = \sqrt{10}\,\frac{|15 - 12|}{6} = 1{,}6.$$

З таблиці розподілу Стьюдента (дод. 4) для $\varepsilon = 0{,}05$ і $\nu = 4$ знаходимо критичну точку $t_{кр} = 2{,}78$:

$$(t_е = 1{,}6) < (t_{кр} = 2{,}78).$$

Оскільки $t_е < t_{кр}$, то статистичну гіпотезу про те, що вибіркова середня $\bar{x} = 15$ є оцінкою генеральної середньої $a = 12$, приймаємо, вважаючи розбіжність між ними незначущою.

Постає питання: чому на основі емпіричних даних опитування однієї й тієї самої вибірки одержано протилежні результати? У першому випадку гіпотезу про те, що середня кількість влучних пострілів спортсменів генеральної сукупності $a = 12$, було відхилено, а у другому випадку — прийнято. Адже реально, якщо можна було б опитати всю генеральну сукупність, було б отримано єдиний істинний результат. Отже, один зі зроблених висновків помилковий. Якщо гіпотеза правильна, а її було відхилено (як, наприклад, у першому випадку), то це означає, що було зроблено помилку першого роду. Якщо гіпотеза неправильна, а її було прийнято (як, наприклад, у другому випадку), то це означає, що було зроблено помилку другого роду. У цій ситуації можна вважати правильним перший статистичний висновок, оскільки він спирається на достовірне значення відомої генеральної дисперсії, тоді як другий базується на оцінці дисперсії, що змінюється від вибірки до вибірки, і в розглядуваній вибірці виявилася надто великою.

Для більшої впевненості у правильності висновків рекомендується виконати додаткові спостереження спортсменів цих вибірок, бажано більших за обсягом.

4.4. ПЕРЕВІРКА ГІПОТЕЗИ ПРО ГЕНЕРАЛЬНУ ДИСПЕРСІЮ

Можливість оцінки дисперсії α^2 генеральної сукупності на основі незміщеної оцінки дисперсії вибіркової сукупності s^2 базується на законі χ^2-розподілу Пірсона ВВ X^2:

$$\chi^2 = (n-1)\frac{s^2}{\alpha^2}. \tag{4.11}$$

Гіпотеза полягає в тому, що, за припущенням, генеральна дисперсія має дорівнювати α^2. Потрібно на рівні значущості ε перевірити цю гіпотезу, тобто визначити, чи можна вважати вибіркову дисперсію s^2 оцінкою генеральної дисперсії α^2, або ж з'ясувати, чи значно вони різняться. Дисперсія s^2 виражає величину розсіяння вибірки за характеристикою x відносно середньої $\bar{x}$. Очевидно, що розсіяння для різних вибірок буде різним, але в сукупності їх величини формують стійкий закон, який відображає той факт, що розсіяння частіше буває помірним. Аналітичний вираз χ^2-розподілу задається у вигляді формули (4.8′), а графічно цю функцію зображено на рис. 4.3. Власне, цим же законом описується розподіл відхилень емпіричного χ^2-розподілу частот від теоретичного розподілу ймовірностей ВВ X, розглянутого в підрозд. 4.2. Вирази для χ^2 (4.8) і (4.11), по суті, аналогічні й виражають суму відхилень, піднесених до квадрата, від деякого положення рівноваги: відмінність полягає в тому, що при порівнянні емпіричних і теоретичних частот розподілу ВВ X для кожного доданка була своя точка рівноваги (значення теоретичних частот np_i), а при визначенні дисперсії

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum (x_i - a)^2$$

точка рівноваги — значення середньої арифметичної a розподілу ВВ X — для всіх доданків одна й та сама.

Ідея перевірки гіпотези про величину генеральної дисперсії α^2 також полягає в оцінці частки відхилень від цієї величини значень вибіркових дисперсій, що перевищує деяке критичне значення. При перевищенні критичного значення емпірично отриманого значення статистичної характеристики дисперсії χ^2 (4.11) не можна погодитись з міркуванням, що це перевищення викликане випадковими причинами. Закон χ^2-розподілу дає співвідношення ймовірностей зустріти величину розсіяння ВВ X^2 як результат збурення випадковими причинами і як результат дії певних чинників.

Діапазон можливих величин розсіяння X^2 ("хі-квадрат") поділяється на дві області: прийняття гіпотези й критичну. Залежно від того, в першу чи другу область потрапляє обчислене значення χ^2 на базі вибірки, виноситься рішення про приймання чи відхилення гіпотези.

Розглянемо приклад про майстерність спортсменів на тренуваннях зі стрільби. Потрібно на рівні значущості $\varepsilon = 0{,}05$ перевірити основну гіпотезу про те, що значення генеральної дисперсії $\alpha^2 = 16$ (влучень)^2, тобто середнє квадратичне відхилення за кількістю влучень відносно середньої величини $\alpha = \pm 4$ (влучення) при конкуруючій гіпотезі $\alpha^2 > 16$ (влучень)^2. Тут міститься припущення, що очікуване значення дисперсії може перевищити задане, а це означає, що для перевірки гіпотези необхідно вибрати правобічну критичну область. Емпіричні дані наведені в табл. 2.4: кількість опитаних осіб $n = 10$; виправлена дисперсія $s^2 = 36$ (влучень)^2; кількість ступенів свободи $\nu = k - 1 = 5 - 1 = 4$, де $k = 5$ — кількість інтервалів на шкалі x. Визначимо емпіричне значення статистичної характеристики $\chi^2_{\text{е}}$:

$$\chi^2_{\text{е}} = (n-1)\frac{s^2}{\alpha^2} = (10-1)\frac{36}{16} = 20.$$

У дод. 5 для $\varepsilon = 0{,}05$ і $\nu = 4$ знаходимо $\chi^2_{\text{кр}} = 9{,}5$. Порівняємо:

$$(\chi^2_{\text{е}} = 20) > (\chi^2_{\text{кр}} = 9{,}5).$$

Оскільки $\chi^2_е > \chi^2_{кр}$, то основну гіпотезу про те, що $\alpha^2 = 16$, відхиляємо. А це означає, що розбіжність між вибірковою і генеральною дисперсіями значуща.

За цією ж методикою за критеріями статистичних характеристик t (4.5) і v^2 (4.6) перевіряють значущість коефіцієнтів кореляції і відношень дисперсій.

Контрольні питання

1. Що перевіряють за допомогою статистичних гіпотез?
2. Що називається статистичною характеристикою гіпотези?
3. Суть основних (нульових) і конкуруючих (альтернативних) гіпотез.
4. Що таке і як пов’язані рівні значущості та достовірності (довірчої ймовірності)?
5. Як визначається критичне значення статистичної характеристики?
6. Що таке критична область і область прийняття гіпотези?
7. Що таке помилки першого і другого роду?
8. У чому полягає перевірка гіпотези про нормальний розподіл генеральної сукупності за допомогою критерію “хі-квадрат”?
9. У чому полягає перевірка гіпотези про генеральну середню?
10. У чому полягає перевірка гіпотези про генеральну дисперсію?

Список використаної та рекомендованої літератури

1. *Венецкий И. Г., Венецкая В. И.* Основные математико-статистические понятия и формулы в экономическом анализе. — М., 1979.
2. *Венецкий И. Г., Кильдишев Г. С.* Теория вероятностей и математическая статистика. — М., 1975.
3. *Гмурман В. Е.* Теория вероятностей и математическая статистика. — М., 1972.
4. *Горбань С. Ф., Снижко Н. В.* Теория вероятностей и математическая статистика. — К., 1999.
5. *Дружинин Н. К.* Логика оценки статистических гипотез. — М., 1973.
6. *Худсон Д.* Статистика для физиков. — М., 1970.
7. *Ястремский Б. С.* Некоторые вопросы математической статистики. — М., 1967.

Частина II

ТЕОРІЯ ВИМІРЮВАННЯ: ОСНОВИ ЗАГАЛЬНОЇ ТА СОЦІАЛЬНОЇ КВАЛІМЕТРІЇ

Розділ 5

ПРЕДМЕТ КВАЛІМЕТРІЇ І СОЦІАЛЬНОЇ КВАЛІМЕТРІЇ ТА ЇХ ЗАГАЛЬНОМЕТОДОЛОГІЧНЕ ЗНАЧЕННЯ

5.1. КВАЛІМЕТРІЯ ЯК УНІВЕРСАЛЬНА ТЕОРІЯ ВИМІРЮВАННЯ ПОКАЗНИКІВ ЯКОСТІ. СОЦІАЛЬНА КВАЛІМЕТРІЯ

Немає жодної наукової галузі й жодної царини життєдіяльності, де б не поставала потреба вимірювання властивостей будь-якої природи. Ми розглянемо саме цю універсальну теорію вимірювання.

Термін “кваліметрія” запозичений з товарознавства, де ним позначено наукову область про методи вимірювання якості продукції. Але його доцільно використовувати у широкому розумінні: і щодо природничих, і щодо гуманітарних явищ.

Ідею про предмет кваліметрії відтворює сама її назва, що складається з двох слів, які означають якість (кваді-) і вимірювання (-метрія). Отже, *кваліметрія* — це теорія вимірювання показників якості, або більш строго — теорія вимірювання властивостей речі, які визначаються через якості. Щоб розтлумачити таке визначення кваліметрії, потрібно обґрунтувати її категорії. З цією метою доцільно звернутися до категоріального апарату діалектики як найбільш загального й універсального, а не до визначень відповідних понять у конкретних науках. Це дає єдине розуміння вихідних понять, пов’язаних з формалізацією, операціоналізацією і вимірюванням в усіх науках.

Щодо соціальної кваліметрії, то визначення її предмета випливає з попереднього визначення загальної кваліметрії як для її часткової теорії. Отже, *соціальна кваліметрія* — це теорія вимірювання соціальних властивостей соціальної “речі”, які визначаються через соціальні якості. У цьому визначенні так само потребують ґрунтовнішого трактування вжиті категорії: “соціальна якість”, “соціальна властивість”, “соціальна річ”. Необхідно з’ясувати, у чому полягає специфіка застосування поняття “соціальна річ” порівняно з поняттям “соціальна система”.

Основні труднощі в розробці теорії кваліметрії пов’язані, по-перше, з розбіжностями в розумінні денотатів категорій діалектики “якість”, “річ”, “властивість”, “відношення” та ін., які становлять понятійний апарат кваліметрії, і, по-друге, з недостатньою розробкою математичної теорії порядкових або ординальних чисел, що зумовлює труднощі тлумачення точних і наближених вимірювань на ординальних шкалах, вимірювання в точці, сутності інтенсивних і екстенсивних величин та методів їх вимірювання, методологічного й практичного значення показника потужності так званих класифікованих і стратифікованих множин для забезпечення порівнянь результатів досліджень.

Категорію “якість” вивчає насамперед філософія в комплексі з іншими категоріями діалектики, такими як “кількість”, “міра”, “річ”, “властивість“, “відношення” та ін. Ці категорії становлять категоріальний апарат будь-якої науки. Тому можна стверджувати, що певні утворення та явища будь-якої природи описуються цими категоріями, до яких належить і категорія “якість”. Отже, об’єктом вивчення кваліметрії є “речі”, тобто утворення і явища будь-якої природи, пізнання яких полягає в описі їх комплексом властивостей і їх вимірюванні.

Щодо об’єктів дослідження соціальної кваліметрії, то вони суть об’єкти соціології і соціальної психології і можуть бути систематизовані відповідно до структури цих наук. Отже, об’єктом дослідження цих наук є різні соціальні утворення і явища, стратифіковані за ступенями складності — від особистості й малих груп до державних і наддержавних структур, і класифіковані за соціальними інституціями у сфері економіки, політики, культури, педагогіки, родини та релігії, до яких належать трудові колективи, громадсько-політичні об’єднання, осередки культури, педагогічні колективи, родина, парафія. До об’єктів соціальної кваліметрії належать також різноманітні соціальні явища, які охоплюють різні соціальні утворення, що мають здебільшого неформальний характер, з пересічними відносинами, часто з неформальними й спонтанними проявами взаємодії, як, наприклад, прояви громадської думки, міграції, конфліктів тощо.

Можна стверджувати, що об’єкти дослідження кваліметрії й інших наук, зокрема соціальної кваліметрії і соціальних наук, одні й ті самі, але предмети їх вивчення різні.

Предмет теорії кваліметрії становлять понятійний апарат і концепції, пов'язані з принципами формалізації, операціоналізації та вимірювання властивостей будь-яких явищ і утворень, у тому числі соціальних.

У загальному розумінні під *формалізацією* розуміють відображення результатів мислення в точних поняттях чи твердженнях [19, с. 743]. Інтуїтивні, неточно окреслені поняття не можуть замінити наукових, оскільки за їх допомогою неможливо описати явище через їх невизначеність і неоднозначність. Однозначне розуміння понять виключає багатозначність тлумачення певного явища.

Структуралізація матеріальних утворень і різноманітних явищ відображується у формалізованій мові у вигляді стійких понять, символів та формул. Ступінь формалізації теорії про певні явища свідчить про глибину його пізнання. Тому одним із завдань теорії кваліметрії є структуралізація утворень і явищ будь-якої природи і відображення результатів у формалізованому вигляді в теорії. Саме формалізація дає змогу визначати характеристики, шкалювати їх і здійснювати вимірювання.

Операціоналізація зводить теоретичне знання до емпіричних процедур вимірювання [19, с. 459]. Згідно з цією процедурою будь-яке теоретичне поняття має бути зведене до інших понять і, врешті-решт, до таких характеристик, які можуть бути виміряні в досліді. Неверифіковані в досліді поняття не мають смислу. Верифікація теоретичних положень полягає у встановленні істинності й достовірності дослідним шляхом.

Процедура операціоналізації передбачається в теорії кваліметрії для обгрунтування опосередковано виміряних значень, оскільки характеристики певного типу латентні й не можуть бути виміряні безпосередньо.

В основі предмета кваліметрії лежать процедури *вимірювання* показників якості. Предмет кваліметрії ширший, ніж предмет метрології, і включає останню як напрямок. Це пов'язано з тим, що предмет кваліметрії стосується вимірювання показників якості і потребує визначення категорії "якість" і аналітичного обгрунтування того, як співвідносяться категорії "якість" і "річ", "якість" і "властивість", "властивість" і "річ", якими показниками описується "якість", скільки їх, яких вони типів і в чому полягає їх специфіка.

Згідно з метрологією вимірювання — це пізнавальний процес, який полягає у визначенні відношення однієї вимірюваної величини до іншої, прийнятої за еталонну одиницю. Так, одиницею виміру довжини є метр, а населення — особа. З позиції кваліметрії — це операція вимірювання показника кількості якості.

Кількість — це тільки один з показників якості. Існують й інші типи показників, визначення яких є передчасним до визначення самої категорії "якість", потім категорії "річ", їх співвіднесення, а також визначення інших понять, пов'язаних з вимірюванням.

Ці визначення важко сформулювати через багатозначність і розбіжності існуючих тлумачень, оскільки в історії науки разом з еволюцією поглядів на картину світу еволюціонували й відповідні філософські категорії і водночас конкретизація їх у прикладних сферах життя дістала вужчу інтерпретацію, як, наприклад, вимірювання якості товарів.

Зауважимо, що кожна наука вивчає специфічні явища, і це потребує специфікації різноманітних методів і процедур вимірювання. Але щодо обговорення предмету кваліметрії, то потрібний глибший аналіз, оскільки відсутнє єдине його розуміння.

5.2. ОБГРУНТУВАННЯ ПОНЯТІЙНОГО АПАРАТУ І ПРЕДМЕТА ТЕОРІЇ КВАЛІМЕТРІЇ

Обгрунтувати понятійний апарат і предмет теорії кваліметрії важко насамперед через розбіжності у визначенні та розумінні основної категорії кваліметрії — "якість". У філософії цю категорію у разом з іншими категоріями діалектики використовують для опису будови оточуючої реальності. Поряд з цим категорію "якість" широко використовують у прикладних науках. Введений вперше в товарознавстві термін кваліметрія для позначення наукової дисципліни про комплекс методів вимірювання якості продукції розповсюдився й на інші гуманітарні науки. Саме на гуманітарні, оскільки у природничих науках, як вважається, використовуються переважно методи кількісного вимірювання, обгрунтування яких викладене в метрології.

Щодо соціальних об'єктів, і насамперед особистості, то вимірювання тут має і об'єктивний, і суб'єктивний характер, оскільки здійснюється людиною, наділеною свідомістю та індивідуальним суб'єктивним світосприйняттям. Вимірювання значень певних суб'єктивних характеристик здійснюється у формі фіксації відповідей респондента на запитання або фіксації значень його певної характеристики на деякій шкалі на підставі власної думки, припущення, враження. Відповіді респондентів, які суть операції вимірювання певного показника, як правило, істотно різняться через неможливість надійної стандартизації суб'єктивних показників.

Але крім зазначених труднощів, на шляху подальшого вдосконалення теорії вимірювань існують ще й труднощі принципового характеру, пов'язані з вимірюваннями не кількісних, а якісних змін. З першого погляду здається, що метрологія відображає принципи і методи вимірювання кількісних змін, а кваліметрія — якісних. Але правильніше було б сказати, що теорія кваліметрії як загальніша включає метрологію як один з напрямків кваліметрії про вимірювання кількості якості.

У розвитку теорії вимірювання так склалося, що вимірювані показники поділились на дві групи. До однієї входять більш точно вимірювані показники, і таке вимірювання назвали кількісним; до другої — вимірювані наближено, і таке вимірювання назвали якісним. З огляду на зазначене поряд з метрологією про кількісні вимірювання розроблюються методики якісних вимірювань, які на думку їх авторів становлять предмет кваліметрії. Але такий поділ безпідставний. Фактично предмет метрології охоплює принципи і методи вимірювання на метричних шкалах, але водночас включає і постановку завдання вимірювання на неметричних, тобто порядкових, шкалах. Розв'язання останнього пов'язане з розвитком у математиці теорії ординальних (порядкових) чисел.

Отже, можна стверджувати, що завдання кількісного вимірювання пов'язані з теорією кардинальних (кількісних) чисел, а якісного — з теорією ординальних (порядкових) чисел. Причому останні по своїй суті, як вважається, відтворюють саме наближене вимірювання. Концепції кваліметрії спростовують ці твердження: порядкові вимірювання, як і кількісні, можуть бути як завгодно точними (температури, напруги як ординальних величин).

Фактично кваліметрія є більш загальною теорією й охоплює метрологію як підтеорію про кількісне вимірювання або про вимірювання кількості якості. Строго кажучи, предмет кваліметрії становить не якісні вимірювання, а вимірювання показників якості, до яких, як буде показано, належать: номінал якості, кількість і ступінь інтенсивності якості. Отже, для обгрунтування предмета теорії кваліметрії необхідно обгрунтувати категоріальний апарат, і насамперед категорію “якість”. Але об’єкти досліджень — це утворення і явища різної природи, які, згідно з філософією діалектики, визначаються категорією “річ”, а остання, у свою чергу, описується комплексом показників, які суть конкретизація значень відповідного комплексу характеристик, що визначаються категорією “властивість”. Властивості поділяються на екстенсивні та інтенсивні, що виражають протяжність і напруженість. Вимірюють же саме властивості речей. Отже, важливим завданням розробки теорії кваліметрії є визначення поряд з іншими таких категорій, як “якість”, “річ”, “властивість”, а також обгрунтування їх співвідношення.

Існують розбіжності у визначенні цих категорій у філософії і різних конкретних науках. Це пов’язано з тим, що категорії діалектики виникли в давнину і пов’язані з необхідністю введення для опису оточуючої дійсності деяких першоначал, які названо якостями. Водночас з поглибленням пізнання об’єктивної реальності склався інший погляд на категорію “річ” як на систему зі складною багаторівневою структурою. У цьому зв’язку виникли розбіжності у тлумаченні категорії “якість”. По суті при системному відображенні речей виявилась зміна денотатів категорій діалектики при намаганні сумістити моделі речі як системи і як багатоякісного утворення.

Системний підхід у пізнанні дав змогу визначити різні особливості будови реальності, основна з яких полягає у наявності багаторівневої ієрархічної структури. Який би об’єкт не розглядався, він є підсистемою складнішої системи і сам складається з підсистем нижчого рівня. У філософії такі об’єкти прийнято позначати категорією “річ”, що означає підміну її денотату. Такий погляд на визначення денотату категорії “річ” як системи відповідає сучасному рівню пізнання об’єктивної реальності, але не відповідає її первинному денотату як багатоякісного утворення.

Категорія “річ” є однією з найважливіших у теорії діалектики поряд з такими категоріями, як “якість”, “кількість”, “властивість”, “відношення” тощо. І постає питання, як співвідносяться категорії “якість” і “системна річ”. Як зазначалося, існує багато визначень категорії “якість”, що суперечать один одному, а така невизначеність утруднює розробку предмета теорії кваліметрії.

Саме через невизначеність аналізу розглядуваної проблеми доцільно було б зробити екскурс в історію діалектики. Проте лише зауважимо, що до того, як було визначено ієрархічну будову світу, включаючи складну будову атомних і молекулярних систем мікросвіту, клітин і організмів біологічного світу, особистості й організації соціального світу, існував інший погляд на картину світу — метафізичний, згідно з яким всупереч діалектичному погляду всі об'єкти існували незмінними і складалися з безлічі якостей. Саме тому існує визначення категорії "річ" у якісному розумінні. Зі зміною світосприйняття переглядалися й денотати категорій і в них вкладався новий зміст, про що йтиметься далі. Екскурс в історію філософії необхідний ще й тому, щоб усунути існуючі розбіжності у тлумаченні категорій діалектики, а також категорій "системна річ" і "якісна річ", у визначенні категорії "якість" та ін. Адже хоча категорія "якість" широко вживається, важко дати обгрунтовану відповідь на питання, що таке якість і що саме вимірюється, як співвідносяться якість і властивість тощо. Саме тому наступні теми присвятимо історичному огляду основних категорій, які становлять понятійний апарат кваліметрії.

Контрольні питання

1. Поняття "кваліметрія" і "соціальна кваліметрія".
2. Категорії "якість" і "річ".
3. Об'єкт і предмет кваліметрії та соціальної кваліметрії.
4. Поняття "формалізація", "операціоналізація" і "вимірювання".
5. Суперечності й труднощі, що зустрічаються при обгрунтуванні понятійного апарату і предмету теорії кваліметрії.

Розділ 6

СПЕЦІАЛЬНА КОНЦЕПЦІЯ-*С* ОПЕРАЦІОНАЛІЗАЦІЇ Й ОРДИНАЛЬНОГО ВИМІРЮВАННЯ

6.1. СЕМАНТИКО-ЛІНГВІСТИЧНІ ІДЕЇ ОБГРУНТУВАННЯ СУТНОСТІ ОРДИНАЛЬНОГО ЧИСЛА І СУТНІСТЬ ОПЕРАЦІОНАЛІЗАЦІЇ

Звернемось до обгрунтування спеціальної концепції про ординальне вимірювання й операціоналізацію показника інтенсивності. З цією метою проаналізуємо сутність ординального числа, а отже, і побудову ординальної шкали та ординального вимірювання величини інтенсивної (а не екстенсивної) властивості. Для цього необхідно визначити "структуру" ординального числа, а отже, "структуру" інтенсивної величини. У свою чергу, для цього треба довести тотожність виразу інтенсивної величини ступенем (ординальним числом) і відношенням екстенсивних величин (кардинальних чисел). Виконаємо це на основі семантико-лінгвістичних ідей. Нагадаємо, що операціоналізуються поняття, які відтворюють властивості об'єктів, що безпосередньо неможливо виміряти. Тому їх називають латентними, прихованими. Такими є неспостережувані й невимірювані безпосередньо інтенсивні властивості, оскільки до них не застосовується процедура вимірювання еталонною одиницею. Для вимірювання інтенсивної властивості — потенціалу в точці — потрібно виразити її через вимірювані, тобто екстенсивні, властивості. Тому кажуть, що операціоналізація пов'язана з необхідністю подання латентної (інтенсивної) властивості через індикатори, тобто явні (екстенсивні) властивості.

Пізнання речей будь-якої природи (у логіці замість категорії "річ" застосовують категорію "предмет", але для збереження єдиного понятійного апарату кваліметрії застосовуватимемо категорію "річ") відбувається за допомогою понять мови. Водночас для аналітичного опису речі потрібно виразити її властивості числовими значеннями, над якими можна виконувати математичні операції. Тому в результаті операціоналізації потрібно лінгвістичні характеристики речі подати у вигляді величин, які можна вимірювати.

Спеціальна концепція ординального вимірювання й операціоналізації показника інтенсивності базується на:

- адекватності подання будь-якого поняття за допомогою інтенсіонала й екстенсіонала мовою логіки і за допомогою інтенсивних та екстенсивних величин мовою математики;
- доведенні адекватності інтенсивної величини, вираженої порядковим числівником (ординальним числом), і відношенні екстенсивних величин, виражених іменованими кількісними числівниками (кардинальними числами);
- обґрунтуванні можливості аналітичного подання інтенсивної величини, яку безпосередньо неможливо виміряти, у вигляді одно- та багатомірної функції екстенсивних величин, які можна вимірювати безпосередньо, що суть ідеї операціоналізації.

Поняття призначені для позначення або однієї речі, або множини споріднених речей, що свідчить про зв'язок поняття з чисельністю, з величиною. У процесі пізнання утворюється родовидова ієрархія понять, причому в більш ємні поняття входять менш ємні, і відповідно цим поняттям структурується множина на підмножини (підкласи) і одининні множини в підвалині ієрархії. У ланцюжку "людина — художник — Рєпін" поняття розміщені за зменшенням їх ємності — екстенсіонала; поняття "людина" включає множину людей взагалі, поняття "художник" — лише підмножину людей, художників за професією, а поняття "Рєпін" — одининну множину, елементом якої є конкретний художник.

Поняття в логіці описується двома параметрами — екстенсіоналом, що виражає обсяг, ємність поняття, й інтенсіоналом, що виражає зміст поняття за допомогою задання комплексу означень. Предмет конкретизується за допомогою логічної конструкції "суб'єкт — n-місцевий предикат" (де суб'єкт — логічний підмет; предикат — логічний присудок) шляхом збільшення числа n: "художник є *і* талановитий, *і* ліричний, *і* знаменитий, *і* експресивний (у цьому виразі кількість прийменників "і" виражає кон'юнкцію n-місцевого предиката). За допомогою означень з множини художників виокремлюється підмножина з відповідними показниками щодо талановитості, ліричності тощо.

6.2. ЕТАПИ ПРОЦЕСУ ОПЕРАЦІОНАЛІЗАЦІЇ

Розглянемо процес операціоналізації поетапно — від лінгвістичного способу вираження латентних властивостей речі до подання їх індикаторами в числовому вигляді.

Перший етап операціоналізації полягає в обгрунтуванні подання екстенсіонала й інтенсіонала поняття як логіко-лінгвістичних характеристик у вигляді екстенсивних та інтенсивних величин, тобто як математичних характеристик.

Увесь предметний світ відображений у поняттях, які в мовознавстві позначаються словами, що означають повнозначні частини мови. Поєднання слів у реченні виражає порівняння понять як відображення взаємозв'язку відповідних їм предметів (речей) і властивостей цих предметів. Згідно із семантичним уявленням "в акті називання слово актуалізується й означає конкретний предмет, який або виокремлюється цим словом, або характеризується ним. Одне й те саме слово може, дивлячись по обставинах, виступати то в функції *виокремлення* (іменування) предмета, та в функції *характеристики* (предикації)" [10, с. 25]. Іменем у логіці позначають предмет (власне чи одиничне ім'я: Київ, Рєпін) або клас (множина) предметів (номінальне чи загальне ім'я: місто, художник).

Екстенсіонал визначається кількістю предметів, які охоплюються даним поняттям (художник). Предикат означає характеристику чи властивість речі (художній, добрий); *n*-місцевий предикат характеризує предмет за *n* властивостями. Інтенсіонал визначається комплексом відповідних властивостей, число яких визначає розмір координатного простору.

Зазвичай іменування виражається за допомогою іменника, а предикація — прикметника, який виражає властивість предмета (а також за допомогою інших загальних частин мови також у значенні властивості). У реченні, що складається з імені (підмета) і предиката (присудка), "перший з членів речення ніби окреслює предмет лінією, послідовно вичленяючи певний клас з предметів і певний предмет у межах даного класу. Другий член речення розчленяє потім зміст цього предмета, вирізняючи з нього окрему сторону" [10, с. 17]. Так формується уявлення про предмет, його кількісну характеристику і змістовні сторони — властивості.

Екстенсіонал поняття характеризує його ємність, чисельність охоплених об'єктів, виражається в морфології мови кількісними числівниками; йому відповідає екстенсивна величина, яка визначає потужність множини кардинальним числом: 1, 25 тощо. Ім'я поняття охоплює клас у певному відношенні еквівалентних, тобто якісно однорідних одиниць. Ця однорідність зафіксована у значеннях інтенсивних величин, що відповідають комплексу ознак інтенсіонала поняття. Так, поняття "працівник" охоплює множину працівників, що визначається екстенсивною величиною.

Якщо зв'язок екстенсіонала з екстенсивною величиною й ідея вимірювання кількісних змін шляхом підрахунку кількості елементів відповідної множини очевидні, то конкретизація інтенсіонала у вигляді комплексу інтенсивних величин й ідея вимірювання якісних змін не так очевидні, і розкриття їх суті базується на такому міркуванні.

З метою розв'язання завдання, що полягає в перетворенні лінгвістичних категорій, які виражають *якісні* особливості досліджуваного класу речей, на відповідні математичні категорії, проаналізуємо лінгвістичні морфологічні категорії *іменника* і *прикметника,* які суть найменування речей та їх властивостей.

Іменники, які означають предметність субстанціальних об'єктів, називаються *конкретними*, а ті, що означають предметність властивостей (а також дій і станів), — *абстрактними.* Соціальні об'єкти і явища так само позначаються конкретними (інженер) й абстрактними (авторитет) іменниками.

Утворені від іменників прикметники означають властивості предметів. Розрізняють *відносні* й *якісні* властивості предметів. Від конкретних іменників утворюються відносні прикметники (інженерний), а від абстрактних іменників як назв властивостей — якісні прикметники (авторитетний).

Відносні прикметники означають постійну ознаку речі — одну з можливого набору. Набір ознак утворює так звану номінальну шкалу, наприклад червоний, зелений, синій тощо — шкала ознак як найменувань видів родової властивості "колір"; правове, моральне, естетичне й інше виховання — шкала ознак як найменувань видів родової властивості "загальне виховання". Під ознакою, або номіналом, розумітимемо конкретне значення властивості, вираженої відносним прикметником, на номінальній шкалі. Класи предметів різняться за видовими ознаками (тобто за номіналами видових якостей) у родовидовій структуралізації (див. схему 10.1).

Якісний прикметник означає змінну величину властивості речі. Різні ступені інтенсивності властивості виражаються за допомогою ступенів порівняння прикметників — звичайного, вищого й найвищого: авторитетний — авторитетніший — найавторитетніший; цей ряд прикметників утворено від абстрактного іменника “авторитет”. У цьому ряді порівняльних ступенів якісних прикметників міститься якісне порівняння речей одного класу. Можливість вираження опредмеченої властивості (авторитет) у вигляді змінної величини ступенів порівняння базується на тому, що відповідний абстрактний іменник містить у собі діапазон зміни густини (щільності) якості (як густини деякої субстанції).

Побудувати шкалу ступенів порівняння якісного прикметника можна перетворенням абстрактного іменника, який виражає властивість певного класу речей, двома шляхами:

- *утворенням з цього іменника тричленної серії ступенів порівняння прикметників;*
- *додаванням до цього іменника порядкових числівників, які означають відповідні ступені інтенсивності якості.*

Отже, лінгвістичну “шкалу” ступенів порівняння прикметника можна перетворити на математичну порядкову (ординальну) шкалу ранжування предметів того чи іншого класу за ступенями якості. Для цього звичайному, вищому й найвищому ступеням порівняння прикметника співставимо абстрактний іменник, який називає цю властивість, з порядковим числівником, який виражає відповідні ступені:

Абстрактний іменник, який виражає назву властивості	Лінгвістична шкала	Математична шкала
АВТОРИТЕТ	*авторитетний* *авторитетніший* *найавторитетніший*	*авторитет I ступеня* *авторитет II ступеня* *авторитет III ступеня*

Саме троїчна ординальна шкала, очевидно, через лінгвістичне походження, найбільшою мірою поширена в економіці, соціології та інших суспільних науках, наприклад, вироби *I, II* і *III* сорту; диплом *I, II* і *III* ступеня; *I, II* і *III* спортивний розряд. Перейшовши до математичної ординальної шкали, можна як завгодно дрібно диференціювати предмети за ступенями якості: авторитет, сила, краса, доброта, працелюбність тощо *X* (десятого), *XX* (двадцятого), *C* (сотого) тощо ступеня. Так само значення температури 20, 40, 100 °C на шкалі температури між 0 і 100 °C означає двадцятий, сороковий, сотий ступені нагрітості тіла (а не кількість градусів, що становить деяку множину). Перевага заміни ступенів порівняння якісних прикметників шкалою ординальних чисел полягає в універсальності останньої й можливості вимірювання близьких значень інтенсивності шляхом задання багаторівневого градуювання.

Отже, після першого етапу операціоналізації здійснено перехід від поняття у лінгвістичній формі (авторитетний) до нього ж у числовій формі за допомогою ординальних чисел (авторитет I ступеня і т. д.), які неможливо безпосередньо виміряти і які не можуть бути індикаторами, тобто вимірюваними показниками соціологічних опитувань. Тому слід продовжити операціоналізацію вихідного поняття.

Наступний етап операціоналізації полягає в доведенні *адекватності ступенів інтенсивності й відношення чисельностей, тобто адекватності ординального числа й відношення іменованих кардинальних чисел*, або, іншими словами, в доведенні *справедливості подання інтенсивної величини відношенням екстенсивних*, що робить її вимірюваною величиною як похідної.

Ідея цього доведення базується на тому, що інтенсивність як ступінь порівняння визначається не тільки для якісних прикметників (рожеве забарвлення), а й для бінарної зв'язки відносних прикметників (червоно-біле забарвлення) шляхом зазначення зміщення до однієї з компонент. Відомо, що відносні прикметники (червоний, білий, мідний) на відміну від якісних не утворюють ступенів порівняння (не можна сказати: білий — біліший — найбіліший; мідний — мідніший — наймідніший), однак утворені з них бінарні прикметники набувають властивості якісності й змінюються за ступенями. Якщо бінарну конструкцію відносних прикметників (червоно-біле) замінити на один термін (рожеве), то проміжні значення якості предмета можна виразити за допомогою ступенів порівняння цього якісного прикметника: рожеве — рожевіше — найрожевіше (забарвлення). Подібну шкалу можна подати також за допомогою порядкових числівників: *I, II* і *III* ступені "рожевості" забарвлення відображає зміщення його відтінків від білого до червоного кольору (табл. 6.1).

Таблиця 6.1

Інтенсивність "рожевості" (рожевого кольору)		
Лінгвістична шкала	Математичні шкали	
якісний прикметник	ординальні числа	відношення кардинальних чисел
рожеве *рожевіше* *найрожевіше*	*I ступінь* *II ступінь* *III ступінь*	1 *частка* червоної і 1 частка білої фарби 2 *частки* червоної і 1 частка білої фарби 3 *частки* червоної і 1 частка білої фарби

З бінарної конструкції прикметників випливає, що ступінь якості виражається часткою або відношенням мір компонент (скажімо, відношенням мір червоної і білої фарб), виражених кількісними числівниками. Звідси випливає формула, згідно з якою ступінь виражається *відношенням* кількостей двох мір, і, отже, порядковий числівник виражається відношенням кількісних числівників (або ординальне число — відношенням кардинальних чисел):

$$X \text{ ступінь} = \frac{30 \text{ мір}'}{3 \text{ міри}''} = \frac{10 \text{ мір}'}{1 \text{ міра}''}.$$

Зауважимо, що *пропорція* кількостей має такі самі особливості, що й *ступінь.* Якщо кожний член пропорції як чисельність має властивість адитивності, то їх відношення втрачає цю властивість і стає подібним до ступеня. Число, яке одержують у результаті ділення двох екстенсивних величин, втрачає властивість адитивності й набуває властивості потенційності. При складанні ці числа не сумуються, а вирівнюються, усереднюються. Наприклад, при поєднанні двох рідин різної густини числові значення їх густин не сумуються, а усереднюються; при змішуванні двох об'ємів рідини різної температури результуюча температура буде середньою; при об'єднанні двох рівновеликих груп робітників відповідно *II* і *VI* розряду кваліфікація новоутвореної групи не підвищиться, а усередниться й буде еквівалентна *IV* розряду (але це не означає, що кваліфікація кожного робітника відповідатиме *IV* розряду). Операція ділення або відношення двох іменованих чисел, кожного зі своєю мірою, утворює безмірну величину — ступінь — значення ординального числа. *Числове визначення ступеня чи відповідної йому пропорції кількостей на шкалі інтенсивності є вимірювання потенціалу <u>в точці</u> на відміну від визначення числового значення <u>інтервалу</u> на шкалі екстенсивності.*

Зазначимо ще дві особливості відношень іменованих кардинальних чисел. По-перше, ішлося про відношення чи пропорцію двох величин, позначених іменованими кардинальними числами, причому члени пропорції можуть різнитись або мірами (наприклад, розмірність густини певної речовини відповідає відношенню різних мір: одиниць маси — грамів і мір об'єму — кубічних сантиметрів), або номіналами (наприклад, розмірність концентрації відповідає відношенню однакових мір — грамів, але різних речовин, внаслідок чого кажуть про безрозмірність концентрації). По-друге, ішлося про відношення двох величин, але висновок про еквівалентність ступеня інтенсивності, позначеного ординальним числом, можна поширити й на відношення будь-якої кількості величин, позначених кардинальними числами. Цим відношенням у теорії диференціального числення відповідають похідні різних порядків.

Однак не завжди інтенсивну величину можна чисельно визначити як похідну шляхом вимірювання окремо складових її екстенсивних величин. Це стосується здебільшого вимірювання інтенсивних показників суб'єктивного характеру. Справді, одне визначити об'єктивний простий інтенсивний показник густини населення регіону шляхом обчислення відношення простовимірюваних кількості населення і площі території мешкання й інше визначити такі суб'єктивні комплексні інтенсивні показники, як статус, авторитет, освіта тощо. У цьому разі інтенсивна величина розглядається як латентна характеристика соціального об'єкта, і тоді постає завдання останнього *етапу операціоналізації — вираження інтенсивної величини комплексом* так званих *індикаторів*, іншими словами, — *подання її функцією однієї чи кількох екстенсивних змінних, доступних безпосередньому вимірюванню.*

Таким чином, концепція ординального вимірювання й операціоналізації показників інтенсивності уможливила перехід від вербального опису явищ до числового, необхідного для побудови математичних моделей. Ця концепція є базовою для основних концепцій кваліметрії.

Отже, здійснено перехід від екстенсіонала й інтенсіонала поняття до комплексу екстенсивних й інтенсивних величин, тобто від лінгвістичних вербальних до математичних числових характеристик суб'єкта судження "суб'єкт — n-місцевий предикат".

6.3. ОПЕРАЦІЇ З КАРДИНАЛЬНИМИ Й ОРДИНАЛЬНИМИ ЧИСЛАМИ

У теорії множин під *множиною* розуміють множину однорідних за певною ознакою (номіналом якості) елементів, що в абстрагуванні від їх природи вважаються тотожними. У цьому разі множина характеризується *кардинальним* числом. Предметом розгляду кваліметрії є неоднорідні й нерівноінтенсивні, тобто класифіковані й стратифіковані, множини, що характеризуються кардинальними й ординальними числами.

У теорії множин кардинальні й ординальні числа є *неіменованими*, а в концепціях кваліметрії — *іменованими*. Це проявляється в особливостях виконуваних над ними операцій додавання й множення (відповідно віднімання й ділення). Для того щоб осмислити ці операції, розглянемо вихідні поняття множини й суперпозиції множин.

Множина елементів є іменованою множиною одиничних мір (метрів, частинок, гривень, індивідів, соціальних фактів тощо). У свою чергу, множина одиничних мір, вишикуваних у ряд, є протяжністю (екстенсивністю) у вигляді інтервалу, величина якого виражається іменованим кардинальним числом. Множини, що різняться на *елементарну* одиницю й становлять *сукупні* одиниці, утворюють стратифікований ряд, який є неоднорідним і нерівноінтенсивним утворенням у вигляді суперпозиції класифікованих і стратифікованих множин. Кожну множину можна уявно "стягнути" у точку й "сумістити" її з іншою множиною в цій самій точці (наприклад, стаж роботи як множина років і дохід робітника як множина гривень "стягнуті" й "суміщені" в одному робітнику як соціальній "точці"). Тоді може йтися про співвідношення цих множин у точці, яка характеризує ступінь напруженості (інтенсивності) у цій точці, що виражається іменованим ординальним числом, причому іменування виражає відношення мір.

Оскільки множину тотожних елементів, абстрагуючись від їх природи, можна вважати і власне множиною, і одиничною множиною, єдиним елементом якої є сама ця множина як ціле, випливають два принципи її числового опису: як розмір множини і як відношення множин. Тим самим множина характеризується мірою й відношенням мір. За допомогою міри вимірюють *інтервал* (протяжність, екстенсивність), а за допомогою відношення мір здійснюють вимірювання *в точці* (напруженості, інтенсивності). Інтенсивна величина відношення множин виражається відношенням *іменованих кардинальних* чисел, еквівалентних *безмірному ординальному* числу, яке виражає *ступінь інтенсивності* (оскільки у відношенні мір у формі дробу в чисельнику й знаменнику ці міри ніби "скорочуються": те, що показник концентрації двох речовин після скорочення однакових мір маси в чисельнику й знаменнику є безмірним, очевидно, а показник густини речовини безмірний у тому розумінні, що в чисельнику й знаменнику "скорочуються" однакові за родовими ознаками міри протяжності, хоч маса й об'єм речовини є різними мірами за видовими ознаками).

Екстенсивна величина відображає властивість *кумулятивності* множини, а інтенсивна — властивість *потенційності* відношення множин. Множина із зазначенням природи її елементів (мір) позначається номіналом (якості).

Розглянемо особливості додавання й множення іменованих кардинальних та ординальних чисел.

Потенціали на відміну від інтервалів неадитивні й некумулятивні, але ті й інші можуть вимірюватись "точно". Вимірювання протяжностей (інтервалів) позначаються кардинальними числами, а вимірювання в точці (потенціалів) — ординальними числами. Постає питання, чи адекватно до величин, які суть значення протяжностей, і до величин, які суть значення в точках, застосовувати ті ж самі арифметичні операції, зокрема операцію додавання. Адже злічування однорідних рівноінтенсивних одиниць означає накопичення їх на шкалі екстенсивності, а злічування сукупних одиниць за ступенями означає просування по точках на шкалі інтенсивності. "Різниця" потенціалів є не число одиниць в інтервалі, а *перепад* між двома якісними станами даного утворення, котрий виражає відмінність за інтенсивністю між кількісно відмінними множинами, "стягнутими" в сукупну одиницю. Тому знак мінус "–" виражає різницю інтервалів, а "різниця" потенціалів (різниця перших похідних в диференціальному численні) має смисл перепаду між більш високим і низьким рівнями потенціалу або навпаки, і цю операцію адекватно було б позначити спеціальним знаком перепаду потенціалів "$\lceil$" і "$\lfloor$" замість "+" і "–" відповідно (це може бути перепад електричних потенціалів, температур або соціальних статусів).

Операція додавання іменованих кардинальних чисел виражає об'єднання множин, а її зміст — збільшення інтервалу (об'єднання робітничих бригад, об'єднання соціальних фактів):

$$3 \text{ міри} + 7 \text{ мір} = 10 \text{ мір}.$$

Операція додавання ординальних чисел означає "нарощування" ступеня, і її зміст — підвищення потенціалу в точці (підвищення електричного потенціалу, просування по службі, тобто "нарощування" адміністративного статусу, підвищення кваліфікаційного розряду):

$$III \lceil VII = X,$$

тобто відлік сьомого рівня від третього рівнозначний відліку десятого рівня від нульового. Операція "нарощування" $\lceil$ (зниження $\lfloor$) виражає перехід від відносної шкали відліку до абсолютної.

Для іменованих кардинальних чисел існує два види операції множення:

- іменованого числа на неіменоване, що виражає накопичення мір рівними порціями (n-кратне збільшення кількості робітників):

$$7 \text{ мір} \cdot 2 = 14 \text{ мір};$$

- іменованого числа на іменоване, що виражає перехід від двох (або більше) простих мір до однієї складної (нарахування обсягу виконаної роботи в людино-годинах, площі — у метрах квадратних):

$$3 \text{ міри}' \cdot 5 \text{ мір}'' = 15 \text{ (мір}' \cdot \text{мір}'').$$

Зазначимо, що добуток однакових іменованих кардинальних чисел є операцією піднесення до степеня:

$$2 \text{ м} \cdot 2 \text{ м} = 4 \text{ м}^2$$

(виконано перехід від простих мір — мір довжини, до складної міри — міри площі). Добуток позначається також кардинальним числом, оскільки характеризує інтервал (а не точку) на числовій осі складної міри, і позначена ним екстенсивна величина характеризується властивостями адитивності й кумулятивності.

Розрізняють два види операції "множення" ординальних чисел:

- ординального числа на кардинальне неіменоване число, що виражає скорочений запис покрокового "нарощування" потенціалу:

$$III \int III = III \cdot 2 = VI,$$

тобто послідовне двократне просування на третю сходинку, що відповідає однократному просуванню одразу на шосту сходинку. При цьому взяті двічі ординальні "доданки" не еквівалентні, як це було у випадку кардинальних доданків. Так, подвоєння третього кваліфікаційного розряду одного робітника означає підвищення його кваліфікації з *III* розряду на наступні три сходинки до *VI* розряду. Якщо два ординальних "доданки" еквівалентні, то подвоєння такого "доданка" залишає значення ступеня (розряду) незмінним: узятий двічі *III* кваліфікаційний розряд (тобто взяті два робітники з таким розрядом) залишає рівень кваліфікації їх об'єднання незмінним — третім;

- ординальних чисел, що виражає операцію *пересічення,* яку позначимо символом "×", оскільки добуток двох ординальних чисел означає точку пересічення різноіменованих шкал:

$$III \text{ ступінь}' \times V \text{ ступінь}'' = XV \text{ складний ступінь},$$

причому, згідно з вимогою нормування, "помножуються" (пересікаються) й самі шкали, після чого вони приводяться до одиничного масштабу (нормуються). Іншими словами, якщо співмножники виміряні на десятиступеневих шкалах, приведених до одиничних, то добуток вимірюється на стоступеневій шкалі, так само приведеній опісля до одиничної. Операцію пересічення виконують над інтенсивними величинами. Прикладом "множення", або пересічення, інтенсивних величин є добуток імовірностей, числове значення якого виражає ймовірність складної події, яка складається з двох незалежних простих подій. Наприклад, якщо ймовірність зустріти особу чоловічої статі дорівнює 0,5 (відношення 5 : 10), а ймовірність зустріти лікаря — 0,1 (відношення 1 : 10), то ймовірність зустріти чоловіка-лікаря становить $0{,}5 \times 0{,}1 = 0{,}05$ (відношення 5 : 100).

Оскільки ймовірності є нормованими величинами, утвореними відношеннями кардинальних чисел, то добуток менший від співмножників; але цей же добуток у формі ступенів, виміряних на десятиступеневих шкалах, відповідає вищому значенню ступеня, однак уже на стоступеневій шкалі: $V \times II = X$.

Досі арифметичні операції виконувались з однорідними множинами. Загалом множина характеризується комплексом кардинальних і ординальних чисел. Розглянемо арифметичні операції з множинами, що описуються одним кардинальним числом і одним ординальним.

Операція додавання кардинальних чисел, яка відображує об'єднання множин, передбачає однаковий їх ступінь інтенсивності якості, тобто фіксацію певного значення ординального числа: так, додавання, тобто злиття, двох або більше посудин з водою передбачає однакову їх температуру, скажімо 50 °С; додавання, або об'єднання, токарів двох або більше бригад передбачає однаковість їх кваліфікації, скажімо V розряд; у випадку додавання кардинальних чисел, тобто об'єднання множин-страт, з різними значеннями ординальних чисел, відбувається "вирівнювання" (усереднення) ступенів: так, оскільки температури не складаються, то при злитті двох рівноємних посудин, температура води в яких становить відповідно 20 °С (*XX* ступеня) і 60 °С (*LX* ступеня), одержимо не 80 °С (*LXXX* ступеня), а 40 °С (*XL* ступеня); при об'єднанні множин робітників високої й низької кваліфікації показник кваліфікації об'єднаної групи робітників усередниться.

Особливим випадком є змішаний добуток іменованих кардинальних і ординальних чисел. Він виражає якісно-кількісну міру неоднорідних стратифікованих за ступенями якості множин. Приведення мір з різними ступенями якості до єдиного, зазвичай найнижчого ступеня якості, дає можливість порівнювати стратифіковані множини шляхом переходу до загальних абстрактних одиниць. Запис добутків іменованих кардинальних чисел на ординальні

$$16 \cdot I = 8 \cdot II = 4 \cdot IV = 1 \cdot XVI$$

означає: сукупність 16 одиниць I ступеня інтенсивності якості (I сорту) еквівалентна восьми одиницям II ступеня, чотирьом одиницям IV ступеня, двом одиницям $VIII$ ступеня і одній одиниці XVI ступеня. Операції множення іменованих кардинальних і ординальних чисел, які виражають добуток екстенсивних й інтенсивних величин, визначають величину *потужності* множини шляхом зведення одиниць різних ступенів інтенсивності до тотожних умовних одиниць:

$$N = \sum n_i \nu_i .$$

Потужність стратифікованої множини дорівнює сумі потужностей страт, виражених в умовних одиницях. Потужність множини, класифікованої на класи з різними номіналами якостей, так само дорівнює сумі потужностей кожного класу, виражених в умовних (родових) одиницях.

Контрольні питання

1. Суть спеціальної концепції ординального вимірювання.
2. У чому полягає семантико-лінгвістична ідея визначення сутності ординального числа і його “структури”?
3. На яких трьох положеннях грунтується спеціальна концепція кваліметрії? Як пов’язані з ними етапи операціоналізації?
4. Вимірювання екстенсивності й інтенсивності, тобто інтервалу і потенціалу в точці.
5. Відмінність арифметичних операцій з кардинальними й ординальними числами.

Розділ 7

КОНЦЕПЦІЯ-I СПЕЦИФІКАЦІЇ ПОКАЗНИКІВ ЯКОСТІ

7.1. АДЕКВАТНІСТЬ ФІЛОСОФСЬКОЇ КАТЕГОРІЇ “ЯКІСТЬ” І МАТЕМАТИЧНОЇ КАТЕГОРІЇ “МНОЖИНА”

Перша з трьох основних концепцій кваліметрії присвячена аналізу найпростішого утворення — якості. Для розробки цієї концепції потрібно з’ясувати кількість і специфікацію показників для вичерпно повної характеристики якості.

Раніше було з’ясовано, що найпростішим утворенням є обмежений обсяг субстанції будь-якої природи, тобто обмежений обсяг якості. Але з часом у міру пізнання явищ навколишнього середовища змінився погляд на її будову і постало питання, що таке якість і скільки показників потрібно, щоб вичерпно охарактеризувати обмежений обсяг якості. Крім того, важливо зберегти первинний денотат категорії “якість”, який вперше визначив Платон.

Основною особливістю якості як субстанції є її *адитивність,* тобто якість як субстанційне ціле утворення можна поділити на частини і потім ці частини знову об’єднати в ціле без будь-яких збурень. Саме в цьому разі кажуть, що ціле дорівнює сумі частин.

Щоб обгрунтувати постановку завдання про формалізацію й вимірювання, з’ясуємо, яка математична категорія відповідає філософській категорії “якість”. Згідно з особливістю якості щодо її адитивності цю категорію можна передати двома математичними категоріями — категорією “*множина*” (для відображення дискретної протяжності) й “*континуум*” (для відображення неперервної протяжності). Але оскільки для аналізу якості немає значення, неперервні чи дискретні такі протяжності, то доцільно використовувати один термін, а саме “множина”, і щодо дискретних, і щодо неперервних одиниць.

Отже, концепція специфікації (типології) показників якості базується на ідеї адекватності філософської категорії “якість” і математичної категорії "множина", яка є відображенням найпростіших утворень природної та соціальної дійсності.

Поняття "множина" найбільш загальне, тобто є власне категорією, оскільки для нього не існує загальнішого родового поняття. Через це поняттю "множина" неможливо дати визначення, але можна пояснити (адже визначення передбачає вираження видового поняття через родове як більш загальне, наприклад, у визначенні "соціологія (видове поняття) — це наука (родове поняття) про суспільство …", а щодо поняття "множина" відповідного загальнішого поняття не існує). У це поняття вкладається найширший смисл: "*Множина* — це набір, сукупність, зібрання яких-небудь об'єктів, які називають його *елементами* і мають спільну загальну для всіх них характеристичну властивість" [13, с. 762]. Ідеться про те, що в сукупності речей і явищ ніби "міститься" у неявному вигляді субстанція або множина тотожних елементів з певною "характеристичною властивістю" чи ознакою, тобто родовою ознакою (номіналом роду).

Отже, для категорії "якість" можна дати визначення описувального характеру, як і для категорії "множина"; відмінність полягає лише в тому, що якість — це множина тотожних елементів, а якщо йдеться про множину різних елементів зі спільною характеристичною ознакою, то саме вилучена множина тотожних елементів безпосередніх носіїв цих ознак є сутністю якості. Йдеться не про якість як таку, а про клас речей, класотворчою основою яких є якість, що латентно пронизує всі речі, створюючи уявне суцільне поле цієї якості. Наприклад, характеристична ознака "наявність крил" об'єднує всіх птахів і літаків в одну уявну множину, і, абстрагуючись від інших характеристичних ознак, цю абстрактну множину тотожних за принципом дії елементів, які зумовлюють здатність до польоту, розглядаємо як певну якість.

З огляду на наведене визначення категорії "якість" потребує додаткових пояснень. Насамперед, ототожнюючи категорію "якість" з категорією "множина", треба сказати про тотожність цих одиниць і можливість їх відокремленого реального чи уявного існування, внаслідок чого якість можна розглядати як однорідну й рівноінтенсивну субстанцію (атмосфера кисню, вода, простір, час, енергія, вартість, наклад книг однієї назви, партія автомобілів однієї марки, сукупність споріднених соціальних фактів тощо). Проте в більшості випадків може йтися лише про уявну гіпотетичну родову субстанцію якості, яка забезпечує адитивність видових елементів множини, тобто властивість арифметичної операції додавання чисельностей не самих елементарних одиниць якості, а речей, що є носіями цієї якості. Наприклад, при визначенні сумарної вартості партії (множини) товарів або сукупності послуг оперують не з уявними вартостями, а з реальними виробами (наприклад, сумарна кількість сорочок) або послугами (наприклад, сумарна кількість зачісок у перукарні).

Ураховуючи наведені зауваження, можна навести таке визначення категорії “якість”: “якість — це множина тотожних матеріальних або ідеальних елементів дискретної чи неперервної природи, яка у родовидовій структурі світу речей та явищ як видових утворень становить їх родовий субстрат”. Субстратом людини як соціального утворення є такі соціальні якості: сукупність інформації в її пам’яті (одиниць біт), множина елементарних соціальних фактів (множина переглянутих фільмів, прочитаних книг, прослуханих пісень тощо), дохід (множина валютних одиниць), вік (множина прожитих років) тощо. Звернемо увагу, що довжина, об’єм, час, збіжжя в полі, множина автомобілів у місті або абстрактні протяжності ***a***, ***b***, ***c*** тощо є певними якостями:

множина дискретних тотожних одиниць ***‘a’***

… ***a a a a a a a*** **…** — якість ***‘a’***.

множина дискретних тотожних одиниць ***‘b’***

… ***b b b b b b b*** **…** — якість ***‘b’***.

множина одиниць ***‘c’*** неперервної протяжності (континуума)

… ***c c c c c c c*** **…** — якість ***‘c’***.

Наведені множини є якостями з номіналами ***‘a’***, ***‘b’*** і ***‘c’***.

Отже, концепція специфікації (типології) показників якості базується на ідеї адекватності філософської категорії *якість* і математичної категорії *множина*, яка є відображенням найпростіших утворень природної і соціальної дійсності.

Охарактеризуємо тепер множину-якість безвідносно до речей як окреме утворення.

7.2. УМОВА ПОВНОТИ ОПИСУ ЯКОСТІ КОМПЛЕКСОМ СПЕЦИФІЧНИХ ПОКАЗНИКІВ

Зміст концепції про специфікацію або типологію вимірюваних показників випливає з умови *повноти* опису якості мінімальною кількістю показників. Пам’ятаючи про адекватність якості множині тотожних елементів, спробуємо з'ясувати, скільки показників потрібно для повного опису якості.

Насамперед можна визначити природу елементів множини якості, і цей показник назвемо *номіналом* якості. Далі можна перелічити елементи множини і тим самим встановити другий показник, який виражає потужність множини, — це *кількість* якості. І нарешті, оскільки йдеться не про якість як нескінченну субстанцію, що адекватна нескінченній множині, а про обмежену якість, тобто скінченну множину, яку саму можна розглядати як однинну множину, то для її характеристики потрібен ще показник, який вказує кількість елементарних одиниць, що припадає на цю однинну множину, тобто ввести показник напруженості (інтенсивності), який виражає *ступінь* інтенсивності якості.

Отже, наведені три показники різної специфікації вичерпно характеризують якість. Розглянемо їх специфіку детальніше.

Перший показник — *номінал* якості — виражає родову ознаку споріднених речей і є класотворчою основою. У наведених прикладах номіналами якості є "вартість", "інформація", "соціальні факти", "стать" та ін. Цей показник не є числовим, хоча номінали можна позначати й числами, але як символами, без виконання з ними арифметичних операцій. А взагалі номінал позначають за допомогою будь-яких символів: слів, літер, знаків, чисел тощо.

Другий показник виражає *кількість* якості. Оскільки якість адекватна множині тотожних елементів, то цей показник характеризує розмір обмеженого утворення якості, або величину протяжності, екстенсивності. Розмір визначають підрахунком кількості елементів множини, які суть одиниці виміру. Для дискретної множини такі одиниці є природними елементами, а для неперервної субстанції масштаб таких одиниць вибирають довільно (наприклад, один метр як еталон для вимірювання довжини, одна гривня для вимірювання вартості). Показник кількості якості позначається кардинальним числом і виражає розмір, або потужність, множини і називається *екстенсивною величиною.* Згідно з принципом адитивності екстенсивні величини, які визначають розміри множин, при об'єднанні додаються.

Третій показник, який виражає *ступінь* якості, називається *інтенсивною величиною*. Як визначено раніше, ступінь інтенсивності виражається ординальним числом і тотожно дорівнює відношенню іменованих кардинальних чисел або відношенню екстенсивних величин. Тлумачення ступеня інтенсивності наведемо далі.

7.3. ПОНЯТТЯ “ВИМІРЮВАННЯ”

Під *вимірюванням* розуміють визначення конкретного значення кожного з наведених у підрозд. 7.2 показників на відповідній шкалі: природи якості — за допомогою номіналу (ознаки виду в переліку видів з фіксованою ознакою роду), однорідної рівноінтенсивної протяжності (екстенсивності) — за допомогою елементарної міри і напруженості (інтенсивності) — за допомогою значень ступеня. Розглядувані показники вимірюють на попередньо проградуйованій шкалі за допомогою відповідних еталонів: природи якості — за допомогою встановлення еталонного *зразка* субстанції якості, кількості якості — за допомогою *еталонної одиниці* цієї субстанції, яку назвемо *мірилом*, і *ступінь інтенсивності* якості — за допомогою *еталонної точки.* Разом ці еталони показників субстанції-якості, або множини-якості, становлять комплексний еталон, який назвемо *мірою.*

Для дослідження виберемо якість, яку вважатимемо множиною елементів ***‘а’***:

$$\ldots\ \boldsymbol{a}\ \ \boldsymbol{a}\ \ \boldsymbol{a}\ \ldots\ \ \boldsymbol{a}\ \ \boldsymbol{a}\ \ldots$$
$$|\!-\!-\!-\, n \text{ одиниць } -\!-\!-\!|$$

Концепція вимірювання екстенсивного показника множини грунтується на принципі *кумулятивності* (накопичуваності) одиниць множини при нарахуванні їх кількості

$$1(a) + 1(a) + \cdots + 1(a) = n(a),$$

і процедура вимірювання полягає у визначенні кратності вибраної еталонної одиниці $1(a)$ у цій множині $n(a)$:

$$\frac{n}{1}\frac{(a)}{(a)} = n.$$

Розмір інтервалу дорівнює відношенню двох кардинальних чисел n і 1 з однією й тією ж мірою a:

$$n = \frac{10}{1}\frac{(a)}{(a)} = 10.$$

Визначення інтенсивного показника множини випливає з визначення множини, запропонованого Г. Кантором, про двоякий погляд на множину як численність, мислиму як одне [13, с. 762]. Тобто певне утворення можна розглядати як два види множин: як множину з n елементарних одиниць *‘а’* і як множину з одного елемента, яким є саме це утворення і яке можна розглядати як одиницю з іншим номіналом якості *‘А’.* Наприклад, вік людини є множиною прожитих нею років, тобто множина ніби міститься в “оболонці” 1 (однієї) людини і становить сукупну одиницю. Тим самим однорідне обмежене утворення якості характеризується двома кардинальними числами: *n* і 1. Відношення цих двох множин становить окремий показник множини-якості. Здавалося б, ділення числа *n* на одиницю нічого не змінює: 10 : 1 = 10. Проте це не так. Одержане число в результаті ділення кардинального числа з однією мірою на одиницю (також кардинальне число) з іншою мірою ніби “стягує” цю десятку в одиничний обсяг, втрачає кумулятивність і набуває потенційності, перетворюючись на ординальне число, яке виражає ступінь інтенсивності якості *‘а’*:

$$\frac{n}{1}\frac{(a)}{(A)} = \nu.$$

Значення ступенів позначимо римськими цифрами:

$$\nu = \frac{10}{1}\frac{(a)}{(A)} = X.$$

Наприклад, 10 виконаних споріднених громадських доручень громадянином можна розглядати як *X* ступінь соціальної активності. Операція ділення на одиницю перетворює кардинальне число на ординальне, яке виражає вже не величину інтервалу, а значення ступеня інтенсивності “у точці”. Отже, ординальне число є похідною величиною. Введення поняття ступеня дає змогу порівнювати між собою утворення з тим же номіналом якості за ступенем інтенсивності якості, або за якісністю:

екстенсивна величина	сукупна одиниця |– – – – – 1(А) – – – – –|	інтенсивна величина
1(*a*)	***a***	*I* ступінь = 1 (*a*) / 1(*A*)
2(*a*)	***a*** ***a***	*II* ступінь = 2 (*a*) / 1(*A*)
3(*a*)	***a*** ***a*** ***a***	*III* ступінь = 3 (*a*) / 1(*A*)
4(*a*)	***a*** ***a*** ***a*** ***a***	*IV* ступінь = 4 (*a*) / 1(*A*)
…	. . . .	. . . .
n(*a*)	***a a a a*** · · · ***a a***	*n*-й ступінь = *n* (*a*) / 1(*A*)

Одержане ординальне число характеризує “точковий” стан утворення у вигляді множини як сукупної одиниці, і ця величина називається *потенціалом.* На відміну від інтервалів (екстенсивних величин) потенціали (інтенсивні величини) неадитивні й некумулятивні. Лічба однорідних одиниць означає накопичення їх на шкалі екстенсивності, а перелік сукупних одиниць за ступенями означає просування по точках на шкалі інтенсивності. Так, сукупність інформації *n* (одиниць біт) у пам'яті конкретної 1 людини (одиниця виміру — індивід) можна подати як відношення цих множин $\nu = n$ (біт) / 1 (індивід), яке тлумачиться як ν-й ступінь "енциклопедичності" цієї людини (тобто її здатності "механічно" запам'ятовувати різноманітну інформацію); множину елементарних соціальних фактів (кількість *n* прочитаних книг) стосовно 1 конкретної людини можна подати як відношення цих множин $\nu = n$ (книг) / 1 (індивід), яке тлумачиться як ν-й ступінь "книголюбства"; вік (кількість прожитих років *n*) 1 конкретної людини так само можна подати як відношення цих множин $\nu = n$ (років) / 1 (індивід), яке тлумачиться як ν-й ступінь "старості".

Зазначимо, що предмет кваліметрії полягає у створенні теорії вимірювання показників властивостей речей, але специфікацію трактування вимірювання різних показників доцільно проаналізувати на найпростішому утворенні, яким є множина.

Насамкінець наведемо основні ідеї концепції-*I* кваліметрії. Згідно з цією концепцією проблема вимірювання пов'язана з вичерпною характеристикою якості комплексом показників найпростішого з утворень однорідної й рівноінтенсивної субстанції — обмеженим обсягом якості.

Для забезпечення можливості здійснення арифметичних операцій використовують математичну категорію "множина" дискретних або неперервних одиниць, яка адекватна якості внаслідок справедливості для них операції адитивності.

Отже, вичерпно описати множину-якість можна за допомогою трьох показників: номіналу, кількості та ступеня якості. Значення цих показників позначаються відповідно символом, кардинальним (кількісним) і ординальним (порядковим) числами.

Усі наведені показники мають свою специфікацію, оскільки характеризують різні особливості якості: природу, протяжність (екстенсивність) і напруженість (інтенсивність). Визначають відповідні показники так: номінал якості — зазначенням конкретної видової ознаки в родовидовому переліку видових ознак; кількість якості — підрахунком еталонних одиниць; ступінь якості — обчисленням відношення певної множини до одиничної множини.

Контрольні питання

1. Суть концепції-*I* специфікації показників якості.
2. Принцип, на якому грунтується адекватність філософської категорії "якість" і математичної категорії "множина".
3. Якими трьома показниками вичерпно описується якість?
4. Специфіка вимірювання показників якості.

Розділ 8

КОНЦЕПЦІЯ-*II* ФОРМАЛІЗАЦІЇ І ВИМІРЮВАННЯ

8.1. ПОНЯТТЯ ПРО РІЧ І ВЛАСТИВОСТІ РЕЧІ

У другій з трьох основних концепцій кваліметрії аналізується складне утворення (порівняно з якістю) оточуючої дійсності — *річ.* На основі концепції-*II* необхідно розв'язати завдання про формалізацію сутності складного утворення, яким є річ, і описати її комплексом властивостей з подальшим їх вимірюванням.

Для розробки цієї концепції потрібно категорію діалектики "річ" подати у формалізованому вигляді в математичних поняттях, бо саме будовою речі визначається сутність концепції і процедур формалізації та вимірювання.

З огляду на філософське обгрунтування понятійного апарату кваліметрії доходимо висновку, що і при сучасному погляді на будову світу у вигляді ієрархічної багаторівневої системи (а не багатоякісного середовища з його "згустками" у формі речей) можна зберегти принцип суперпозиції якостей, а разом з ним і суть денотата категорії "річ" [22, с. 31]. Завдання полягає в тому, щоб системну річ у вигляді ієрархії з підсистем подати водночас суперпозицією якостей у вигляді "суміші" множин елементів різної природи. Якщо це вдасться, то можна буде проаналізувати категорії "властивість" і "відношення", які характеризують річ, а також проаналізувати сутність понять "вимірювання інтервалу" як накопичення еталонних одиниць і "вимірювання потенціалу" як визначення його значення в точці.

Щоб обгрунтувати постановку завдання про формалізацію й вимірювання, з'ясуємо, яка математична категорія відповідає філософській категорії "річ". Оскільки в діалектиці категорія "річ" визначена як суперпозиція якостей, а якість у розд. 7 визначена математичною категорією "множина", то категорії "річ" відповідає математичне поняття "суперпозиція множин" (для неперервних і нескінченних субстанцій — "суперпозиція континуумів"). Саме з математичних абстрактних множин можна утворювати їх відношення в різних сполученнях без взаємних збурень і впливів. Категорія діалектики *відношення* в математиці передається також математичною категорією *пропорція.* Пропорції можуть містити два і більше членів, тобто можуть бути простими й змішаними, і до того ж різних порядків.

Аналіз категорії *відношення* почнемо з найпростішого випадку. Власне, під час аналізу категорії якість вже було введене поняття відношення однієї множини самої до себе у формі множини елементів і однинної множини у формі сукупної одиниці. Суперпозицію саме цих двох множин можна трактувати як вироджений випадок "одноякісної речі". Приклади таких суперпозицій як речей: група випускників вузу (магістри і бакалаври) як одна множина; сукупність жителів як їх множина і як один населений пункт; множина грошових одиниць і однинна множина — їх власник.

У більш загальному випадку багатоякісної речі, яка являє собою суперпозицію множин, природно говорити про відношення множин у різних сполученнях. Так, групу випускників вузу можна розглядати як двоякісну "річ" у формі суперпозиції множини бакалаврів і множини магістрів. Відношення або пропорція цих множин виражає кількість бакалаврів, що припадає на одного магістра. Виражене ординальним числом, згідно зі спеціальною концепцією-*C* кваліметрії, воно характеризує ступінь акредитації вузу, тобто ступінь інтенсивності якості, яка виражає здатність підготовки фахівців більш високого рівня. Колектив із чоловіків і жінок теж є двоякісною "річчю", ступінь якості якої визначається їх співвідношенням. Місто як двоякісна річ, що має певне населення і певну територію, характеризується показником якості — густини населення. Будь-якого робітника можна розглядати як двоякісну "річ", одна якість якої — дохід у грошових одиницях, а друга — інтервал робочого часу, протягом якого вони були зароблені. А відношення цих множин вказує заробіток за одиницю часу, і цей показник, виражений ординальним числом, характеризує ступінь інтенсивності якості. Того ж робітника можна розглядати і як "трьохякісну річ", приєднавши до множин заробітку й часу роботи кількість одиниць виробленої продукції. Утворене тричленне відношення виражає заробіток, який припадає на одиницю часу й на виготовлення одиниці продукції. А представлення цього відношення ординальним числом виражає ступінь продуктивності праці.

Кількачленні відношення можна утворювати для множин дискретних, і неперервних субстанцій речі. В останньому випадку — це похідні величини в теорії диференціального й інтегрального числення. Підкреслимо, що згідно зі спеціальною концепцією кваліметрії похідні величини різних порядків позначаються ординальними числами і виражають ступені інтенсивності якостей або потенціали.

8.2. ЕКСТЕНСИВНІ ТА ІНТЕНСИВНІ ВЛАСТИВОСТІ РЕЧІ

З аналізу категорії "якість" випливає, що обмежений обсяг якості характеризується розміром, який визначається екстенсивною величиною. Оскільки обмежена субстанція-якість у формі множини є складовою речі, то вона є характеристикою речі, якій відповідає категорія діалектики "*властивість*", а конкретніше — "*екстенсивна властивість*". Значення екстенсивних властивостей виражаються кардинальними числами і вимірюються на кардинальних (кумулятивних) шкалах.

Відношення множин різних порядків так само суть характеристики речі, яким відповідає категорія "*властивість*" речі, а конкретніше — "*інтенсивна властивість*". Оскільки відношення або пропорції можуть мати кілька членів, то інтенсивні властивості бувають різних порядків.

Згідно зі спеціальною концепцією кваліметрії відношення множин тотожно дорівнюють ординальному числу. Отже, інтенсивні властивості виражаються ординальними числами. Продовжуючи порівнювати кваліметрію з теорією диференціального й інтегрального числення, доходимо висновку, що похідні величини вимірюються на ординальних (стратифікаційних) шкалах, оскільки є ординальними, або порядковими, величинами.

Узагальнюючи викладене, зазначимо, що річ описується комплексом екстенсивних й інтенсивних властивостей, які визначаються відповідно кардинальними й ординальними числами, а також комплексом показників номіналів якостей, які суть видові ознаки в родовидовій структурі елементів множин.

8.3. ПОНЯТТЯ ПРО ПРОСТУ Й ПЕРЕХРЕСНУ КЛАСИФІКАЦІЮ І СТРАТИФІКАЦІЮ

У другій концепції кваліметрії використовують ще два важливих поняття — класифікацію і стратифікацію множини.

Кожну множину-якість можна розглядати як компонент у структурі родовидового дерева. Така множина називається *класом.* Якщо елементи множини мають спільний родовий номінал і різні видові номінали, то цю множину можна поділити на класи за видовими ознаками або номіналами, і такий поділ називається *класифікацією.* Перелік номіналів видових якостей зі спільним родовим номіналом утворює номінальну, або класифікаційну, шкалу, згідно з якою родова множина може бути класифікована на видові множини. Так, випускники вузу становлять клас за родовою ознакою "випускники", який ділиться на два класи за видовими ознаками: "бакалавр" і "магістр".

Така класифікація є *простою* і являє собою одне родовидове розгалуження, вилучене з родовидового дерева. В іншому випадку це розгалуження-класифікація є розрізом багатомірної перехресної класифікації. Елементи певної множини можна характеризувати кількома родовими номіналами, за кожним з яких здійснюється певна видова класифікація. Отже, утворюється багатомірна перехресна класифікація. Наприклад, для обґрунтування репрезентативності вибірки в соціологічних дослідженнях використовують перехресні класифікації за соціально-демографічними показниками респондентів, скажімо, за статтю — чоловіки і жінки, за професією — лікарі, інженери, за національністю — українці, молдавани. Окремий клас респондентів у такій перехресній класифікації об'єднує, наприклад, жінок-інженерів-українок.

Кожну множину-якість можна розглядати як модифікацію цієї якості в ранжованому ряді інших модифікацій, які різняться ступенями інтенсивності якості. Така множина називається *стратою.* Отже, множину, яка має різну інтенсивність (густину), можна поділити на модифікації-страти за ступенями інтенсивності, і такий поділ називається *стратифікацією.* Ранжування страт за ступенями інтенсивності утворює ординальну, або стратифікаційну, шкалу, згідно з якою нерівноінтенсивну множину можна стратифікувати.

Така стратифікація так само є *простою* і має вигляд розрізу багатомірної перехресної стратифікації. У загальному випадку елементи деякої множини можуть характеризуватись певними значеннями ступенів інтенсивності за кількома інтенсивними властивостями, за кожною з яких здійснюється своя стратифікація. Отже, утворюється багатомірна перехресна стратифікація. Наприклад, знову ж таки для обгрунтування репрезентативності вибірки в соціологічних дослідженнях використовують перехресні стратифікації за соціально-демографічними показниками респондентів, скажімо, за освітою — початкова, середня, вища; за кваліфікацією робітників за спеціальностями (токарі, столяри, слюсарі тощо) — *I, II, III, IV, V, VI* тарифний розряд. Окрема страта респондентів у такій перехресній множині об'єднує, наприклад, столярів V розряду із середньою освітою.

Узагальнюючи викладене, зазначимо, що кожну неоднорідну й нерівноінтенсивну багатомірну перехресну множину можна класифікувати і стратифікувати на однорідні й рівноінтенсивні підмножини, кожна з яких (клас і страта одночасно) характеризується комплексом номіналів і ступенів інтенсивності.

8.4. ФОРМАЛІЗАЦІЯ СУТНОСТІ РЕЧІ. МАТРИЧНА МОДЕЛЬ РЕЧІ

Наступне завдання полягає в обгрунтуванні подання речі у формалізованому вигляді. Внутрішнє структурування речі відображає принцип формалізації її сутності. Як було з'ясовано, структура речі зумовлена принципом суперпозиції якостей-субстанцій, тобто в математичних поняттях — суперпозицією множин. Пізнання речі здійснюється через формалізацію її сутності. Конкретно формалізація полягає у виявленні кількості та природи (номіналів) субстанцій-якостей і їх відношень різних порядків, тобто у заданні речі комплексом екстенсивних й інтенсивних властивостей.

Відображення речі у вигляді суперпозиції незалежних множин є ідеалізацією. Внаслідок незалежності множин незалежними є також екстенсивні й інтенсивні властивості такої ідеальної речі. Отже, ідеальну річ у суперпозиційному (якісному) розумінні можна подати у вигляді комплексу *незалежних* властивостей, тобто задати ортогональною системою координат.

Отже, принцип суперпозиції субстанцій-якостей справедливий тільки для ідеальної речі, яка є "сумішшю" субстанцій-якостей. На цій підставі було сконструйовано відповідні індекси або показники: температуру, густину, трудозатрати, матеріалоємність, продуктивність праці тощо. Насправді субстанції-якості, взаємодіючи, модифікуються, тобто змінюються за ступенями інтенсивності якостей.

Пізнання сутності реальної речі полягає у розкритті функціональних зв'язків властивостей реальної щодо модельної ідеальної речі. Покажемо, що з огляду на принцип суперпозиції річ можна подати у вигляді багатомірної матриці, яка є способом отримання екстенсивних та інтенсивних властивостей різних порядків.

Принцип формалізації базується на ідеї суперпозиції, або суміщення, множин у речі. Згідно з цим принципом кожна "точка" будь-якого рівня організації матерії, чи то людина, чи зерно, чи атом, включає сукупність множин з різними номіналами якостей. Моделлю найпростішої речі є суперпозиція принаймні двох множин з номіналами якостей "***a***" і "***b***" у таких сполученнях:

однорідна річ з однаковою пропорцією якостей у кожній точці:

… ab ab ab ab ab ab ab …

однорідна річ з неоднаковою пропорцією якостей у кожній точці:

… aab aab aab aab aab aab aab …

неоднорідна річ з неоднаковими пропорціями якостей у різних точках:

... abb aaa bab aab bbb aba baa ...

У більш складному випадку річ складається з n видів множин-якостей по k, l, …, m одиниць кожної в окремих точках:

$$“k(\boldsymbol{a})\ l(\boldsymbol{b})\ \ldots\ m(\boldsymbol{x})”. \qquad (8.1)$$

З такого символічного запису суміщення точкових порцій кожної із субстанцій відповідних множин випливає, що кожна точка характеризується пропорцією множин-якостей, переданою категорією відношення. Згідно з цим записом екстенсивна властивість речі — це множина з номіналом певної якості в "оболонці" речі. Зображена далі символічно річ, наприклад, товар, має n екстенсивних властивостей, тобто n множин речі (8.1) з елементами ($\boldsymbol{a}$), ($\boldsymbol{b}$), …, ($\boldsymbol{x}$):

$$\{k(\boldsymbol{a})\},\ \{l(\boldsymbol{b})\},\ \ldots,\ \{m(\boldsymbol{x})\},$$

де $\boldsymbol{a}$ — маса; $\boldsymbol{b}$ — вартість; $\boldsymbol{x}$ — об'єм товару.

Наявність у кожній точці речі певного числа множин-якостей уможливлює утворення комплексу їх поєднань у пропорціях, тобто комплексу інтенсивних властивостей різних порядків залежно від кількості членів у пропорції. Згадане відношення множини-якості самої до себе у формі множини і в формі одиниці виражає суть інтенсивної властивості *нульового* порядку:

$$\alpha = \frac{k(\boldsymbol{a})}{1(\boldsymbol{A})},\ \beta = \frac{l(\boldsymbol{b})}{1(\boldsymbol{B})},\ \ldots,\ \xi = \frac{m(\boldsymbol{x})}{1(\boldsymbol{X})}.$$

Чисельно величина пропорції інтенсивної властивості нульового порядку дорівнює величині екстенсивної властивості, яка виражає кількість елементарних одиниць множини. Однак числове значення показника пропорції на відміну від потужності множини означає ступінь якості. Наприклад, 1 помилка у вправах спортсмена може розцінюватись як *I* ступінь, а 10 помилок — як *X* ступінь майстерності, тобто *X* ступінь інтенсивності якості.

Різні парні сполучення множин-якостей у речі утворюють інтенсивні властивості *першого* порядку:

$$\kappa = \frac{k(\boldsymbol{a})}{l(\boldsymbol{b})},\ \lambda = \frac{l(\boldsymbol{b})}{m(\boldsymbol{x})},\ \ldots,\ \mu = \frac{k(\boldsymbol{a})}{m(\boldsymbol{x})}.$$

Для неперервних середовищ мовою диференціального й інтегрального числення інтенсивні властивості першого порядку суть перші похідні, що дорівнюють за визначенням границі відношення нескінченно малих прирощень у точці:

$$y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}.$$

Залежно від кількості членів у пропорції утворюються інтенсивні властивості вищих порядків, причому простих і змішаних (подібно простим і змішаним похідним різних порядків у диференціальному й інтегральному численні). Наприклад:

$$\eta = \frac{m(\boldsymbol{x})}{k(\boldsymbol{a})\, l(\boldsymbol{b})}.$$

Усі статистичні показники (абсолютні й відносні у формі індексів) становлять систему екстенсивних та інтенсивних властивостей відповідних соціально-економічних об’єктів (“речей”), наприклад кількість матеріальних і фінансових ресурсів, кількість населення загалом і в соціально-демографічних групах і взаємні співвідношення цих показників у формі індексів.

Принцип суперпозиції природно виражається матричною моделлю. Справді, якщо рядки й стовпчики матриці позначити значеннями екстенсивних властивостей, то різні сполучення якостей-множин у пропорціях можна подати у вигляді багатомірної матриці, місця якої заповнені значеннями інтенсивних властивостей різних порядків.

Якщо обмежитись системою парних відношень (тобто інтенсивними властивостями першого порядку), що зустрічаються найчастіше, то багатомірна матриця зводиться до двомірної матриці (в якій екстенсивні властивості позначені літерою n з одним індексом, а інтенсивні — літерою ν з двома індексами):

	n_1	…	n_i	n_j	…	n_s
n_1	ν_{11}^0	…	ν_{1i}^I	ν_{1j}^I	…	ν_{1s}^I
…	…	…	…	…	…	
n_i	ν_{i1}^I	…	ν_{ii}^0	ν_{ij}^I	…	ν_{is}^I
…	…	…	…	…	…	…
n_s	ν_{s1}^I	…	ν_{si}^I	ν_{sj}^I	…	ν_{ss}^0

де на діагоналі розміщені інтенсивні величини нульового порядку, утворені відношенням екстенсивних величин з однаковим індексом, тобто відношенням множини самої до себе як до одининної множини:

$$\nu_{ii}^0 = \frac{n_i}{1} \frac{\text{множина}}{\text{сукупна одиниця}};$$

поза діагоналлю розміщені інтенсивні величини першого порядку, утворені відношенням екстенсивних величин з різними індексами, причому над діагоналлю розміщені прямі відношення множин, тобто

$$\nu'_{ij} = \frac{n_i}{n_j},$$

а під діагоналлю — обернені

$$\nu'_{ji} = \frac{n_j}{n_i}.$$

На цій моделі речі у вигляді матриці з s екстенсивних властивостей видно, що вона характеризується кількістю s інтенсивних властивостей, з яких s^2 властивостей на діагоналі — нульового порядку, $(s^2 - s)$ властивостей поза діагоналлю — першого порядку, і в їх числі $(s^2 - s) / 2$ над діагоналлю утворені прямими відношеннями і стільки ж під діагоналлю утворені оберненими відношеннями тих самих екстенсивних величин. У загальному випадку з s екстенсивних властивостей можна утворити s^t інтенсивних властивостей, де t — розмірність матриці екстенсивностей.

Проілюструємо сказане на найпростішому прикладі, вибравши як річ, скажімо, уламок заліза. Ця річ характеризується двома екстенсивними властивостями — масою m і об'ємом V. Їм відповідають дві інтенсивні властивості нульового порядку, що виражають масу m в одному уламку і об'єм V в одному уламку як ступінь інтенсивності, і дві інтенсивні властивості першого порядку — питому густину μ як відношення маси до об'єму й обернену їй величину φ, що виражає *I* ступінь інтенсивності.

$$\begin{array}{c|cc}
 & m & V \\
\hline
m & . & \mu = \dfrac{m}{V} \\
V & \varphi = \dfrac{V}{m} & .
\end{array}$$

Так, приблизна питома вага заліза дорівнює відношенню 8 г/см^3, що виражає *VIII* ступінь інтенсивності цієї якості (маси субстанції заліза) у ранжованому ряду інших металів. Для позначення інтенсивних властивостей різних порядків у соціально-економічних науках часто використовують термін "*індекс*" (поряд з більш складними конструкціями показників).

З виконаного логіко-математичного обгрунтування концепції суперпозиції й вимірювання випливає, що екстенсивні властивості (множини) вимірюються за допомогою міри, а інтенсивні властивості, які виражають відношення екстенсивних величин (пропорції множин в "оболонці" речі) і, отже, відношення мір, очевидно, не можуть вимірюватись також мірою — вони виражають ступінь якості.

Отже, матрична модель речі відображає схему утворення екстенсивних й інтенсивних властивостей різних порядків, а також номіналів якостей. Ідеальна річ дає змогу розглядати абстрактні властивості, які суть тільки назви властивостей безлічі реальних речей.

8.5. КАТЕГОРІЯ "МІРА" І ФУНКЦІОНАЛЬНА ЗАЛЕЖНІСТЬ ВЛАСТИВОСТЕЙ РЕЧІ

Проаналізувавши сутність речі й принцип формалізації, згідно з концепцією формалізації й вимірювання розглянемо деякі особливості поняття вимірювання. Насамперед вимірюються саме властивості речі, а не якості, не об'єкти, не речі. Оскільки раніше вже було показано, що обмежена якість описується трьома показниками — номіналом якості, кількістю якості й ступенем якості, — а тут показано, що річ є суміщенням таких якостей, причому окрему обмежену якість можна розглядати як вироджену річ, то звідси випливає, що утворені з відповідних якостей властивості речі так само бувають трьох типів, а саме екстенсивні й інтенсивні властивості, а також номінали якості.

Операція вимірювання полягає у визначенні конкретних значень властивостей на відповідних шкалах за допомогою відповідних еталонів: екстенсивні властивості — за допомогою міри у розумінні *мірила* — еталонної дискретної, або неперервної, одиниці протяжності, інтенсивної властивості — за допомогою *ступеня* — еталонної точки, *номіналу* якості — за допомогою еталонного зразка природи якості. Усі ці еталони у поєднанні щодо субстанції-якості, або множини-якості, становлять її *міру*. Річ є суперпозицією множин-якостей, яким відповідає комплекс екстенсивних властивостей разом з комплексом інтенсивних властивостей, і така річ характеризується комплексом мір.

Таким чином, категорія "міра" є складною еталонною одиницею у тому розумінні, що в ній поєднані еталонна одиниця екстенсивності — мірило й еталонні точки інтенсивності — значення студентів. Проілюструємо цю думку графічно (рис. 8.1). Для простоти міру можна подати у вигляді "вектора" у двомірній системі координат, на осі абсцис якої відкладена екстенсивна величина, а на осі ординат — інтенсивна. Тоді "вектор" міри можна подати через його проекції — мірила для вимірювання кількості однорідної субстанції кожної з можливих її модифікацій (страт) і ступеня ν для вимірювання якісності кожної з модифікацій субстанції (страт). (Нагадаємо, що модифікацією якості позначені різновиди тієї ж якості, що різняться ступенями інтенсивності.) Справді, для вимірювання довжини використовують таку еталонну міру, як металевий метр. Для прецизійних вимірювань потрібно фіксувати не тільки довжину метричної лінійки, а й її температуру, оскільки при нагріванні металева лінійка подовжується, і при вимірюванні однієї й тієї самої дов-

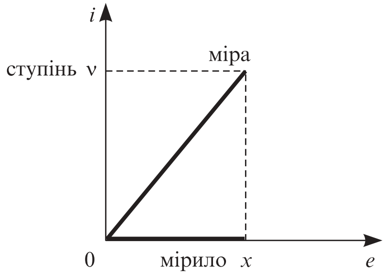


Рис. 8.1

жини “гарячою” і “холодною” лінійкою буде одержано різні результати. Це слід ураховувати, виконуючи вимірювання в будь-яких сферах знань. Так, якщо йдеться про вартість партії виробів певної номенклатури, наприклад партії чобіт, то з урахуванням відмінностей цін пари чобіт у літній і зимовий сезони одній і тій же вартості можуть відповідати різні кількості виробів.

Досі розглядалась модель ідеальної речі як суперпозиція незалежних якостей-множин. У реальній речі вони взаємопов’язані, що проявляється у функціональних залежностях її властивостей. Ці функції відображають усталені зв’язки і тим самим характеризують будову речі в якісному (а не системному) розумінні. Отже, задавання речі в ортогональній системі координат екстенсивних й інтенсивних властивостей виражає суть принципу *формалізації*, за допомогою якого можна розкрити сутність внутрішньої будови речі.

Насамкінець викладемо основні ідеї другої концепції кваліметрії. Згідно з цією концепцією проблема пізнання оточуючої реальності пов’язана з формалізацією сутності складного багатоякісного утворення — речі. Оскільки якість передається математичним поняттям “множина”, то річ передається математичним поняттям суперпозиції множин. Кількість множин в “оболонці” речі визначає кількість номіналів якостей і кількість екстенсивних величин, а кількість відношень цих множин у різних поєднаннях і різних порядків визначає кількість інтенсивних величин. Операція вимірювання полягає у визначенні конкретних значень номіналів якостей і значень екстенсивних й інтенсивних властивостей.

Контрольні питання

1. Суть концепції-*II* формалізації сутності речі і вимірювання її властивостей.
2. Принцип, на якому грунтується адекватність філософської категорії “річ” і математичної категорії “суперпозиція множини”.
3. Що виражає категорія “відношення”?
4. Що таке екстенсивна й інтенсивна властивості речі?
5. Поняття простої і перехресної класифікації та стратифікації.
6. Принцип, на якому грунтується можливість формалізації сутності речі. Матрична модель речі.
7. Функціональна залежність властивостей речей.

Розділ 9

КОНЦЕПЦІЯ-*III* ВИЗНАЧЕННЯ ПОТУЖНОСТІ КЛАСИФІКОВАНОЇ І СТРАТИФІКОВАНОЇ МНОЖИНИ

9.1. ЗАВДАННЯ ПОРІВНЯЛЬНОГО АНАЛІЗУ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Справедливість наукових гіпотез щодо вивчення тих чи інших явищ підтверджується емпіричними та експериментальними даними. Постає питання про порівняльний аналіз результатів досліджень одного й того самого явища, здійснених у різний час різними дослідниками за різними методиками. Для цього потрібно, щоб вибрані для дослідів речі (у якісному розумінні) описувались певним комплексом властивостей, які вимірювалися б однаковими мірами. Саме так здійснюють експеримент у природничих науках: скажімо, фізичні тіла описують певним комплексом властивостей, які вимірюють еталонними мірами.

Але такі порівняння можна здійснити тоді, коли множини-якості, які лежать в основі екстенсивних й інтенсивних властивостей, приведені до граничних родових (первинних) дискретних або неперервних, матеріальних або ідеальних субстанцій. Енергія, кількість руху, кількість електричних зарядів, ентропія, інформація, вартість — приклади таких граничних субстанцій.

У дослідженнях фізичних явищ, що вивчені найглибше, так само існують проблеми стандартизації мір певних властивостей і порівняння результатів вимірювання. Але особливо гостро постає проблема порівняльного аналізу досліджень у нефізичній сфері, зокрема в соціології й соціальній психології. Ці проблеми пов’язані з визначенням насамперед соціальних якостей або якостей інших явищ гуманітарної природи та соціальних “речей”. Зазначимо, що соціальні якості мисляться як родові граничні матеріальні чи ідеальні субстанції, які “містяться” у соціальних “речах”. Насправді ж дослідник має справу з видовими соціальними утвореннями (що різняться номіналами) і модифікаціями цих якостей (що різняться ступенями інтенсивності). Якість, як відомо, суть множина тотожних елементів, а реально елементи множин різняться і видовими ознаками (номіналами), і ступенями інтенсивності (модифікаціями). Отже, на основі таких неоднорідних і нерівноінтенсивних множин не можуть бути утворені відповідні екстенсивні та інтенсивні властивості й неможливо порівняти результати досліджень за ідентичними показниками. Тому завдання полягає в тому, щоб привести цю множину елементів до множини тотожних елементів, що уможливило б введення еталонної міри і здійснення процедури визначення номіналів та вимірювання екстенсивних й інтенсивних величин. Ця процедура здійснюється на основі третьої концепції кваліметрії.

Ідея третьої концепції полягає у визначенні показника *потужності* класифікованої і стратифікованої реальної множини нетотожних елементів, що різняться номіналами й ступенями інтенсивності якостей, на основі приведення класів і страт до *однорідної* й *рівноінтенсивної* множини умовних тотожних одиниць — очок, балів. Зауважимо, що для подальшого виконання аналітичних операцій при обчисленні показника потужності N класифікованої й стратифікованої множини її елементи позначаються літерою a з двома індексами, один з яких означає приналежність до i-го класу, другий — до j-ї страти: a_{ij}.

Визначимо показники потужності класифікованої та стратифікованої множин кожної окремо і разом.

9.2. ПОКАЗНИК ПОТУЖНОСТІ КЛАСИФІКОВАНОЇ МНОЖИНИ

За визначенням множина в математиці характеризується показником потужності. Потужність є екстенсивною величиною, що вимірюється підрахунком кількості елементів множини. При цьому елементи множини можуть бути однаковими, і тоді величина потужності множини визначається їх кількістю. Так, чисельність будь-якої бригади робітників суть потужність цієї множини.

У складнішому випадку робітники можуть поділятись за видовою ознакою — за спеціальністю: токарі, слюсарі тощо, але спільною у них є *характеристична* (родова) ознака: робітник. За цією спільною ознакою різні за спеціальністю робітники розглядаються як тотожні, і показник потужності множини визначається їх кількістю.

У загальному випадку, як зазначалося, для позначення елементів класифікованої та стратифікованої множини використовують два індекси, але на разі йдеться лише про класифікацію множини за першим індексом, і оскільки другий індекс не використовується, ставитимемо замість нього точку: $a_{i\cdot}$.

Неоднорідну, але рівноінтенсивну множину можна класифікувати, тобто поділити на k класів, що різняться видовими ознаками елементів із загальною родовою ознакою в родовидовій структурі "по горизонталі" (тобто розподілити за класифікаційною шкалою). У загальному випадку визначення показника потужності $N_{i\cdot}$ множини різнорідних, або точніше, різновидових елементів $a_{i\cdot}$ потребує попередньої класифікації множини на k класів. У цьому разі потрібно привести різновидові елементи $a_{i\cdot}$ до спільних елементів $a \equiv a_{i\cdot}$ за допомогою коефіцієнтів α_i, так щоб $a_{i\cdot} = \alpha_i \, a_{t\cdot}$. Але якщо йдеться про рівноінтенсивну множину, то її елементи розміщені на одній еквіпотенціальній поверхні, різняться лише видовими номіналами і їх можна привести до однакових елементів за родовим номіналом. А це означає, що перевідні коефіцієнти між елементами різних класів рівні між собою і дорівнюють одиниці $\alpha_i \equiv \alpha_1 = \ldots = \alpha_k \equiv 1$, а видові номінали замінюються спільним родовим номіналом: $a_{1\cdot} = \ldots = a_{k\cdot} \equiv a$. Тоді величина потужності класифікованої множини $N(a_{1\cdot}, a_{2\cdot}, \ldots, a_{k\cdot})$ дорівнює сумі потужностей k класів $n_{i\cdot}(a_{i\cdot}) = n_{i\cdot}(a)$, тобто є рівновеликою потужності однорідної множини:

$$N(a_{1\cdot}, a_{2\cdot}, \ldots, a_{k\cdot}) = \Sigma^{i} \alpha_i \, n_{i\cdot}(a_{i\cdot}) = n_{1\cdot}(a_{1\cdot}) + \ldots + n_{k\cdot}(a_{k\cdot}) =$$

$$= \Sigma^{i} n_{i\cdot}(a) = N\,(a). \qquad (9.1)$$

Нехай бригада включає робітників різних спеціальностей: токарів, слюсарів, фрезерувальників, стругальників, тобто маємо множину, яка складається з чотирьох класів. Нехай $n_{i\cdot}(a_{i\cdot})$ — кількість робітників $a_{i\cdot}$ i-го класу: 2 токарі, 4 слюсарі, 3 фрезерувальники, 7 стругальників, і при цьому вони співвідносяться так: 1 токар = 1 слюсар = 1 фрезерувальник = 1 стругальник ≡ 1 *робітник*. Оскільки не йдеться про ранжування робітників за кваліфікацією, то потужність кожного класу визначається кількістю робітників відповідного номіналу, тобто кількістю токарів, слюсарів, фрезерувальників, стругальників, а величина потужності бригади дорівнює сумі величин потужностей названих класів:

N = 2 ток. + 4 слюс. +3 фрез. + 7 струг. = 16 робітників.

Отже, при класифікації різні за видовими номіналами, але однакові за ступенями інтенсивності елементи ототожнюються, внаслідок чого величина потужності класифікованої множини дорівнює величині потужності рівновеликої множини однакових за родовою ознакою елементів.

9.3. ПОКАЗНИК ПОТУЖНОСТІ СТРАТИФІКОВАНОЇ МНОЖИНИ

Розглянемо ще один випадок, коли потужність обчислюється кількістю не реальних, а умовних елементів множини. Нехай у прикладі з бригадою робітників останні ранжовані за кваліфікацією за шістьма розрядами, відповідно до яких множина стратифікується на шість страт. Цінність кожного робітника визначається кваліфікаційним розрядом і, нехай, пропорційною заробітною платнею: *VI* розряд — у шість разів, *V* розряд — у п’ять разів і т. д. оплачується вище *I* розряду. Тоді всю множину робітників різної кваліфікації можна звести до більшої еквівалентної множини робітників найнижчого першого розряду, кількість яких визначається потужністю цієї множини.

Нерівноінтенсивну, але однорідну множину можна стратифікувати, тобто поділити на модифікації різних за ступенями інтенсивності одиниць страт у родовидовій структурі “по вертикалі” (тобто розподілити на стратифікаційній шкалі). Потужність такої множини неможливо визначити через відмінні за ступенями якості одиничні міри для кожної наступної страти. У цьому зв’язку якісно стратифікованій множині треба знайти адекватну якісно рівноінтенсивну й визначити потужність останньої за допомогою деякої приведеної (тобто з урахуванням ступеня якості) одиниці.

Зауважимо щодо позначень елементів стратифікованої множини: з двох індексів для позначення належності кожного елемента *i*-му класу і *j*-й страті перший індекс не використовують і тому замість нього ставитимемо точку: $a_{\cdot j}$.

Потужність $N_{\cdot j}(a_{\cdot s})$ *j*-ї страти виражає кількість умовних елементів $a_{\cdot s} \equiv a$ *s*-ї, наприклад, найнижчої ($s = 1$), *I* страти, у які були переведені $n_{\cdot j}$ реальних елементів $a_{\cdot j}$ за допомогою коефіцієнта β_j. Цей коефіцієнт виражає ступінь якості елементів *j*-ї страти у формі пропорції екстенсивних величин $\beta_j = u_{\cdot s}(a_{\cdot s}) / v_{\cdot j}(a_{\cdot j})$. Звідси $u_{\cdot s}(a_{\cdot s}) = \beta_j v_{\cdot j}(a_{\cdot j})$, що означає, що кількість $v_{\cdot j}$ елементів $a_{\cdot j}$ j-ї страти еквівалентна кількості $u_{\cdot s}(a_{\cdot s})/\beta_j$ елементів $a_{\cdot s}$. Отже, потужність $N_{\cdot j}(a_{\cdot s})$ j-ї страти, яка налічує $n_{\cdot j}(a_{\cdot j})$ елементів $a_{\cdot j}$, дорівнює добутку інтенсивної величини β_j на цю екстенсивну величину $n_{\cdot j}(a_{\cdot j})$:

$$N_{\cdot j}(a_{\cdot s}) = \beta_j n_{\cdot j}(a_{\cdot j}) = \frac{u_{\cdot s}(a_{\cdot s})}{v_{\cdot j}(a_{\cdot j})} n_{\cdot j}(a_{\cdot j}). \tag{9.2}$$

Якщо стратифікована множина складається з кількох “сортів” цих одиниць ($j = 1, \ldots, s, \ldots, l$), то сумарна потужність виразиться сумою потужностей l страт:

$$N(a_{\cdot 1}, a_{\cdot 2}, \ldots, a_{\cdot l}) = \Sigma^j N_{\cdot j}(a_{\cdot s}) = \Sigma^j \beta_j n_{\cdot j}(a_{\cdot j}) = \beta_1 n_{\cdot 1}(a_{\cdot 1}) + \ldots + \beta_l n_{\cdot l}(a_{\cdot l}) =$$

$$= \sum^j \frac{u_{\cdot s}(a_{\cdot s})}{v_{\cdot j}(a_{\cdot j})} n_{\cdot j}(a_{\cdot j}) \equiv N(a), \tag{9.3}$$

оскільки $a_{\cdot s} \equiv a$.

В економіці цим парам величин відповідає сорт у формі ціни $\frac{u_{\cdot s}(a_{\cdot s})}{v_{\cdot j}(a_{\cdot j})}$ і кількість товарів $n_{\cdot j}(a_{\cdot j})$ кожного сорту цього асортименту для вираження вартості сукупного продукту. Подібно заробітну платню робітників можна розглядати як ціну за працю відповідної кваліфікації. В економіці загальна потужність господарства може підвищуватись за рахунок першого чи другого співмножника у формулах (9.2) і (9.3), що дістало назву відповідно інтенсивного й екстенсивного способів розвитку народного господарства. У соціології цим парам величин відповідають, наприклад, інтенсивність певної соціальної настанови й кількість осіб з різним ступенем її вираженості для визначення потужності колективної настанови (потужності громадської думки).

У статистичному розподілі диференціальна функція розподілу ймовірностей випадкової величини свідчить про стратифікацію якісно нерівноінтенсивної множини за відповідною інтенсивною властивістю (за інтенсивністю соціальної настанови, статусом, авторитетом, кваліфікацією тощо), а інтегральна функція розподілу є способом приведення такої стратифікованої множини до якісно рівноінтенсивної множини умовних одиниць. При цьому площа під кривою графіка густини статистичного розподілу сукупності осіб з різним статусом дорівнює їх кількості, а площа під інтегральною кривою розподілу дорівнює кількості умовних індивідів з найнижчим статусом.

Так, у відомому прикладі про зв'язок інтенсивного показника влади на військовій службі з екстенсивним показником чисельності підлеглих [8, с. 222] припускається, що одиницею влади є командування одним солдатом і що єфрейтор (капрал) становить 20 одиниць влади, оскільки командує 20 солдатами. Сержант, якому підпорядковані два єфрейтори, кожний з яких командує двадцятьма солдатами, володітиме 80 одиницями влади (40 солдатів по одній одиниці кожний і 2 капрали по 20 одиниць кожний). Отже, шкальні бали цих звань чи рангів можна подати так:

Шкальний бал	Ранг
1	солдат
20	капрал
80	сержант
480	старшина

Необхідно визначити потужність ієрархізованої множини складу роти під командуванням старшини, якому підпорядковані 3 сержанти, кожному з яких підпорядковані по 2 капрали, кожен з яких командує 20 солдатами.

Отже, загалом у складі роти 130 осіб. Однак потужність множини дорівнює не кількості одиниць військовослужбовців, а згідно з формулою (9.3) — кількості умовних солдатів (у. с.):

$$N = \frac{480\ \text{у.с.}}{1\ \text{старш.}} \cdot 1\ \text{старш.} + \frac{80\ \text{у.с.}}{1\ \text{серж.}} \cdot 3\ \text{серж.} +$$

$$+ \frac{20\ \text{у.с.}}{1\ \text{капр.}} \cdot 6\ \text{капр.} + \frac{1\ \text{у.с.}}{1\ \text{солд.}} \cdot 120\ \text{солд.} = 960\ \text{у.с.}$$

Особливо зауважимо, що одночасно шкальному балу відповідає ступінь влади (*I* ступінь солдата, *XX* ступінь капрала, *LXXX* ступінь сержанта й 480-й ступінь старшини) — значення інтенсивної величини нульового рангу, що дорівнює відношенню двох екстенсивних величин, яке виражає кількість умовних солдатів, що припадають на одного військовослужбовця з відповідним званням.

Отже, стратифікований за ступенями влади армійський склад приводиться до однорідної множини рівнозначних умовних солдатів, які становлять "субстанцію" реального особового складу (подібно субстанції вартості товару).

9.4. ПОКАЗНИК ПОТУЖНОСТІ КЛАСИФІКОВАНОЇ І СТРАТИФІКОВАНОЇ МНОЖИНИ

Потужність класифікованої і стратифікованої множини, що складається з k класів і l страт, об'єднує формули (9.1) і (9.3). Формула (9.1) свідчить про кількість $n_{i\cdot}(a_{\cdot\cdot})$ елементів $a_{\cdot\cdot} \equiv a_{i\cdot}$ нестратифікованого i-го класу. Зважаючи на те, що кожний клас стратифікований ще на l страт, виразимо потужність i-го класу сумою кількостей різних елементів $a_{\cdot j}$ кожної із страт або сумою кількостей, приведених за допомогою коефіцієнта β_j до однакових умовних елементів $a_{\cdot\cdot}$ (очок, балів, грошових одиниць):

$$n_{i\cdot}(a_{\cdot\cdot}) = \Sigma^j\, n_{ij}(a_{\cdot j}) = \Sigma^j\, \beta_j n_{ij}\,(a_{\cdot\cdot}).$$

Знаючи потужність одного стратифікованого i-го класу, обчислимо потужність множини, підсумувавши наведений вираз за кількістю класів:

$$N\,(a_{\cdot\cdot}) = \Sigma^i\, n_{i\cdot}(a_{\cdot}) = \Sigma^i\Sigma^j\, \beta_j n_{ij}\,(a_{\cdot\cdot}) \equiv N\,(a).$$

Наприклад, показник потужності множини товарів у магазині дорівнює сумі вартостей товарів $N\,(a)$ кожного класу (тобто асортименту), які, у свою чергу, дорівнюють сумам добутків цін β_j j-го сорту і кількостей товарів $n_{ij}(a_{\cdot\cdot})$ кожного сорту за стратами.

Визначення потужності множини соціальних об'єктів (якісно класифікованих і стратифікованих колективів, класифікованої і стратифікованої сукупності фактів тощо) і, отже, порівняльний аналіз різних соціологічних досліджень можливі при зведенні класів і страт до множини однорідних та рівноінтенсивних абстрактних одиниць (очок, балів, грошових одиниць), що суть субстанція *соціальної вартості* подібно субстанції ринкової вартості економічних множин предметів задоволення потреб суб'єктів ринку.

Якщо йдеться про визначення потужності колективної думки (настанови, переконання) за кількома проблемами, то спочатку визначають потужність думок за кожною проблемою як добуток інтенсивності думки на відповідну їй кількість осіб, а потім результати підсумовують за кількістю проблем. Наприклад, якщо за деяку ініціативу висловились 100 осіб без урахування інтенсивності думки, то потужність колективної думки дорівнює 100 "голосам". Якщо вимірювати інтенсивність колективної думки, скажімо, у трибальній системі, то опитувана сукупність поділиться на три страти нерівноінтенсивних “голосів”. Для обчислень з метою здійснення порівняння результатів голосування потрібно ці нерівноінтенсивні “голоси” привести до рівноінтенсивних умовних “голосів”. Так, якщо половина опитуваних осіб висловились з інтенсивністю думки 3 бали / 1 особа, 40 осіб — з інтенсивністю 2 бали / 1 особа і решта — з інтенсивністю 1 бал / 1 особа, то потужність колективної думки

$$N = \frac{3 \text{ бали}}{1 \text{ особа}} \cdot 50 \text{ осіб} + \frac{2 \text{ бали}}{1 \text{ особа}} \cdot 40 \text{ осіб} + \frac{1 \text{ бал}}{1 \text{ особа}} \cdot 10 \text{ осіб} = 240 \text{ балів}$$

Тим самим для всіх страт у натуральних одиницях знайдено загальну множину умовних одиниць, кількість яких дорівнює її потужності.

Якщо голосування здійснювалось не з однієї, а з двох рівнозначних ініціатив, тобто множину “голосів” становлять два класи, то загальна потужність дорівнює сумі потужностей кожного класу: $N = N_1 + N_2$. Причому при обчисленні цих показників слід також ураховувати інтенсивність думки, тобто стратифікацію множин.

Особливо часто вдаються до такого способу порівняння й об’єднання видових множин у загальну родову множину одиниць соціальної вартості у спортивних змаганнях з різних видів багатоборства. Показовою в цьому розумінні є процедура визначення арбітрами призерів у сучасному п’ятиборстві. Арбітри повинні відповісти на запитання “хто чого вартий?”, чим і виправдовується термін “соціальна вартість”. Арбітри мають виразити в загальних одиницях результати виступів кожного спортсмена у верховій їзді, фехтуванні, стрільбі, плаванні й кросі. Для порівняння показників, виражених у різних натуральних одиницях (номіналу якості “біг” відповідає множина одиниць часу, номіналу “стрільба” — множина очок, яка визначає точність влучення в мішень, номіналу “фехтування” — множина уколів), вводяться еквіваленти, згідно з якими нараховуються очки кожному курсанту.

Подібну методику нарахування очок “соціальної вартості” у спорті застосовують для оцінювання майстерності спеціалістів будь-якої професії, будь-якого виду занять у сфері науки, мистецтва, педагогіки тощо. Приведення видових соціальних якостей-множин до родової якості-субстанції і модифікацій за ступенями якостей до рівноінтенсивної якості-субстанції, тобто класів і страт до якості-субстанції соціальної вартості є основою концепції вимірювання та порівняльного аналізу соціальної кваліметрії.

Контрольні питання

1. Мета класифікації і стратифікації множини. Її елементи.
2. Показник потужності класифікованої множини.
3. Показник потужності стратифікованої множини.
4. Показник потужності класифікованої і стратифікованої множини.
5. Принцип, на якому грунтується порівняльний аналіз результатів різних досліджень.
6. Ідея концепції-*III*: визначення показника потужності класифікованої і стратифікованої множини.

Розділ 10

ОСНОВНІ ПОКАЗНИКИ І СИСТЕМАТИКА ШКАЛ ТА МЕТОДІВ ВИМІРЮВАННЯ СОЦІАЛЬНОЇ КВАЛІМЕТРІЇ

10.1. ОСНОВНІ СОЦІАЛЬНІ ПОНЯТТЯ І ПОКАЗНИКИ

Основні соціальні поняття

Теорія соціальної кваліметрії, яка вивчає серед інших соціальних об’єктів якісність багатогранної особистості, дає змогу оцінити спряженість її параметрів і цінностей соціального оточення. Включення особистості в систему цінностей суспільства передає модель “особистість — соціальне середовище”. Досягнення гармонії передбачає соціальну зрілість особистості на різних рівнях соціалізації: на рівні суспільства і його соціальних інституцій, на рівні колективів і контактних груп. Багатогранний характер структури особистості визначається інституціалізованою структурою суспільних відносин. На основі концепцій і методів соціальної кваліметрії, за допомогою яких оцінюються ступені соціалізації особистості, її громадсько-політичної зрілості, трудової адаптації тощо, здійснюють наукове обгрунтування способів розв’язання діалектичних суперечностей, що виникають у процесі відтворення і розвитку інституціалізованої системи суспільних відносин [25].

У літературі із соціології широко використовуються такі поняття, як “рівень соціалізації особистості”, “якість (ступінь якості) життя”, “якість (ступінь якості) праці”, “інтенсивність громадської думки”, “ступінь соціально-економічного розвитку суспільства” тощо. Усі вони разом становлять понятійний апарат соціальної кваліметрії. Наведемо визначення основних понять.

Соціальна якість — “субстанція” певної природи в розумінні множини однорідних, неперервних або дискретних, матеріальних або не-матеріальних елементів з фіксованим номіналом, що притаманний класу соціальних "речей" (соціальних об'єктів у формі суперпозиції якостей) в абстрагуванні від "речей". Таке розуміння соціальної якості відповідає трактуванню якості як родової множини відносно видових множин, тобто класів речей.

Основна особливість якості полягає в тому, що вона має бути субстанцією соціальних "речей", тобто однорідним утворенням з елементів, для якого справедлива операція адитивності, необхідної для вимірювання кількості якості. Такі соціальні якості, як множини робітників, слюсарів, студентів, юридичних осіб, фірм, ферм, населених пунктів, товарів того чи іншого асортименту, територія, час, фінанси тощо становлять основу і субстрат соціальних "речей" — суспільства, соціальних інституцій, соціальних формувань, колективів і контактних груп. Таке розуміння якості відрізняється від поняття "якість продукції" у товарознавчій кваліметрії, під яким розуміють сукупність "властивостей продукції", хоча в комплексному показнику інтенсивної властивості відображений комплекс окремих інтенсивних властивостей речі, зумовлених набором її якостей.

Соціальна властивість — це об'єктивна характеристика соціального об'єкта ("речі") у формі множини (екстенсивна властивість) або відношення множин, що рівноцінно ступеню інтенсивності якості (інтенсивна властивість).

Екстенсивна властивість вимірюється мірою, а інтенсивна — відношенням мір, що означає ступінь інтенсивності. Наведене поняття властивості споріднене з поняттям фізичної величини в метрології. Для характеристики соціальних "речей" можна також використовувати поняття "соціальна величина" поряд із поняттям "соціальна властивість", однак при використанні першого терміну передбачається можливість числового вираження, а при використанні другого таке допущення не обов'язкове. Поняття фізичної величини охоплює і найменування властивості, і її числове вираження. У соціально-економічних науках для числового вираження властивості використовують термін "показник", наприклад, чисельність токарів у бригаді є показником соціальної екстенсивної властивості, а їх кваліфікація — показником соціальної інтенсивної властивості. Поняття соціальної властивості охоплює показники як об'єктивної, так і суб'єктивної природи.

Об'єктивні та суб'єктивні соціальні показники

Існують об'єктивні труднощі у здійсненні класифікацій і стратифікацій соціальних утворень, пов'язаних з подвійною природою людини як біосоціальної істоти. Внаслідок того, що властивості людини зумовлені, з одного боку, спадкоємними механізмами, а з іншого — механізмами соціального наслідування, існує проблема фіксації й вимірювання показників об'єктивного й суб'єктивного характеру. Якщо вимірювання об'єктивних показників властивостей спадкоємної природи не мають принципових труднощів, то вимірювання суб'єктивних показників соціальних властивостей мають певні особливості. Частина з них формується протягом життя людини й набуває усталеного характеру. За такими показниками ведеться статистичний облік. У масових опитуваннях перелік відповідних показників становить соціально-демографічний блок соціологічних анкет (стать, вік, фах тощо).

Друга частина соціальних показників пов'язана з властивостями суб'єктивного характеру, які відображають, скажімо, ступінь адаптації особистості в колективі, інтенсивність соціальних настанов (переконаності) на цінності культури й побуту, інтенсивність громадської думки щодо певних ініціатив і пропозицій у сфері праці, громадського життя, культури, дозвілля тощо. У соціологічних дослідженнях перелік таких властивостей становить звичайно основний блок анкет. За такими показниками неможливо вести статистичний облік, їх визначення має, як правило, разовий характер, і інтерес становить вивчення їх у динаміці. Шкали стійких соціальних страт у масштабах країни визначаються різними державними органами в законодавчому порядку: шкали кваліфікаційних розрядів робітничих спеціальностей, освіти, посад тощо.

Понятійний і концептуальний апарат кваліметрії висуває певні вимоги до постановки дослідницького завдання, які мають бути задані у формалізованому вигляді. Відомо, що у процесі пізнання будь-яке складне явище підлягає аналізу на більш прості елементи й наступному синтезу їх у цілісне утворення. Типовим завданням у такому розумінні є структурування статистичних утворень на класи і страти. Класифікація передбачає виокремлення класів елементів із спільними *видовими* ознаками як проявів загальної для них *родової* ознаки якості (наприклад, класифікація речовин за певними хімічними властивостями; класифікація осіб, які займаються аматорськими заняттями за інтересами). Стратифікація передбачає подання деякої множини переліком її модифікацій за ступенями інтенсивності якості (наприклад, стратифікація матеріалів за твердістю або густиною; стратифікація робітників за ступенями майстерності, працівників — за кваліфікацією). Кваліметрія вказує шляхи й методи здійснення як класифікацій, так і стратифікацій утворень різної природи, опис їх комплексами екстенсивних та інтенсивних властивостей, моделювання їх математико-статистичними й іншими методами. Залежно від особливостей предмета дослідження конкретних наук кваліметрія диференціюється на фізичну, медичну, економічну, юридичну, педагогічну, психологічну, соціальну тощо. Актуальнішою є проблема використання кваліметрії в наукових дослідженнях у "неточних" гуманітарних науках, насамперед соціальних і психологічних.

10.2. СПЕЦИФІКАЦІЯ ПОКАЗНИКІВ ЯКОСТІ Й ТИПОЛОГІЯ ШКАЛ ВИМІРЮВАННЯ

Типи й кількість шкал визначаються типами й кількістю показників, необхідних для вичерпної характеристики множини й речі як суперпозиції множин. *Множина* як *клас, порція* і *страта* виокремлюється за допомогою трьох показників:

- *номіналу* якості, який характеризує видову ознаку елементів даного класу в переліку інших класів родовидової класифікації;
- *кількості* якості, тобто кількості елементів множини;
- *ступеня* інтенсивності якості, який виокремлює цю страту в ієрархії страт.

Згідно зі схемою 10.1 наведеним показникам відповідають три типи шкал, при цьому одна шкала — *номінальна* і дві — *числові,* з яких одна — *кількісна* (*кардинальна*), а друга — *порядкова* (*ординальна*):

- шкала довільного розміщення номіналів якості виражає склад родової множини з видових підмножин (класів); назвемо її *номінальною*, або *класифікаційною*;
- шкала екстенсивної властивості градуюється за допомогою іменованих кардинальних чисел; назвемо її *кардинальною*, або *кумулятивною*;
- шкала інтенсивної властивості градуюється за допомогою ординальних чисел, які означають ступені інтенсивності; назвемо її *ординальною*, або *стратифікаційною*.

Систематика показників, шкал, принципів і методів вимірювання

Якість

Номінал	Кількість	Ступінь інтенсивності
видова ознака; символи (слова, літери, цифри)	екстенсивна величина; кардинальні числа	інтенсивна величина; ординальні числа

Шкали

Класифікаційна
номінальна

класифікація множини з фіксованим номіналом родової якості на підмножини (класи) за номіналами видових якостей; ненаправлена “горизонтальна” шкала виражає поділ родового номіналу якості на вичерпно повний перелік довільно розміщених видових номіналів якостей

Кумулятивна
кардинальна

вимірювання протяжності; виражає кількість однорідних, рівноінтенсивних одиниць; характеризує кумулятивність і адитивність вимірюваної властивості; шкала градуюється за допомогою еталонної міри

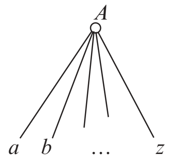
Стратифікаційна
ординальна

вимірювання потенціалу в точці; виражає потенціал як функцію стану; характеризує якісність множини, тобто рівноступеневість одиниць страти; “вертикальна” шкала калібрується за допомогою реперних точок; її підтипом є рангова шкала як нерівномірна, непрокалібрована, транзитивна

Вимірювання

Номінальне

зазначення видового номіналу якості при фіксованому номіналі родової якості



Пряме

підрахунок одиничних мір:

$$n = \frac{n(a)}{1(a)}\ \frac{(\text{множина})}{(\text{одиниця елементарна})}$$

Непряме

а) **похідне**:
обчислення індексу

$$\nu = \frac{n(a)}{1(A)}\ \frac{(\text{множина})}{(\text{одиниця сукупна})}$$

$$\mu = \frac{n(a)}{m(b)}\ \frac{(\text{множина}')}{(\text{множина}'')}$$

б) **опосередковане**:
визначення функції:

$$\xi = f(x_1, \ldots, x_n)$$

в) **імперативне**:
оцінювання

$$\nu\text{-й ступінь} = \frac{n}{1}\ \frac{\text{балів}}{\text{об'єкт}}$$

ранжування

$$\alpha < \beta < \cdots < \omega$$

Схема 10.1

Наведені типи шкал характеризують відповідні особливості множини:

- *природу* елементів різних видів підмножин із загальним родом (класотворчою основою), що визначається номіналом на номінальній шкалі;
- *кумулятивність* (*накопичуваність*) елементів множини при лічбі, що визначається екстенсивною величиною на кардинальній шкалі;
- *потенціальність*, що виражає стан напруженості множини порівняно з іншими станами цієї ж або інших множин і визначається інтенсивною величиною на ординальній шкалі.

Визначення певного значення на кумулятивній шкалі суть вимірювання *інтервалу*, а визначення певного значення на стратифікаційній шкалі суть вимірювання *в точці*.

Наведену типологію шкал у кваліметрії слід відрізняти від поширеної у соціології й психології типології класифікації шкал С. Стівенса за іншою класотворчою основою, а саме за точністю градуювання шкал: найменувань (номінальна), порядку (ординальна), інтервалів (інтервальна) і відношень (пропорційна), перші дві з яких вважаються якісними, а останні дві — кількісними [16]. Традиційно більшість методик шкалювання й вимірювання будуються на психологічному матеріалі для вимірювання таких якісних (тобто з невизначеними ступенями інтенсивностей) властивостей, як прагнення до досягнень, авторитет, авторитарність, політичний і адміністративний статус, ступінь відчуженості, соціальні настанови (ставлення) тощо. У міру вдосконалення методик градуювання шкал певної властивості уможливлюється виконання з числами додаткових, більш строгих арифметичних операцій і тим самим перехід від “слабкіших”, якісних, до “сильніших”, кількісних, що некоректно. Саме у психології С. Стівенс запропонував типологію шкал, в основу якої було покладено типи арифметичних операцій, які можна виконувати над числами: шкала найменувань (номінальна) допускає операцію встановлення рівності; шкала порядку (ординальна) допускає встановлення відношень “більше” й “менше”; шкала інтервалів допускає встановлення рівності інтервалів або різниць між парами величин; шкала відношень (пропорційна) допускає встановлення рівності відношень різних пар величин. Вважається, що в міру вдосконалення методик вимірювання одну й ту саму властивість можна виміряти на шкалах різних типів у розумінні можливості застосування більш строгих і точних арифметичних операцій, що некоректно.

Таке положення в питаннях вимірювання зустрічається і у сфері фізичних явищ. Наприклад, вважається, що температуру можна вимірювати на шкалах різних типів:

1. Якщо об'єднати об'єкти (речі) з приблизно однаковою температурами у групи, то їх перелік із зазначенням позначень у вигляді цифр, міток або слів є номінальною шкалою: речі однієї групи мають таку саму температуру, як і речі іншої групи.
2. Якщо ж ранжувати їх за ступенями нагрітості й приписати кожній групі число в цьому ряду, то зростаюча послідовність чисел є ординальною шкалою: *I* група речей холодніша, *II* група речей тепліша тощо.
3. Якщо при вимірюванні фіксувати різниці температур об'єктів безвідносно до положення точки відліку (наприклад, за шкалою Цельсія або Фаренгейта, в якій нульовій точці відповідають температура плавлення льоду й нормальна температура тіла людини), то одержані значення температур є вимірюванням на інтервальній шкалі: різниці температур однієї пари речей $\Delta_{ab} = T_a - T_b$ і другої пари речей $\Delta_{cd} = T_c - T_d$ збігаються, тобто $\Delta_{ab} = \Delta_{cd}$.
4. Якщо вимірювання здійснюється за шкалою від абсолютного нуля, то істинними є відношення виміряних величин (наприклад, на абсолютній шкалі температур Кельвіна, в якій абсолютний нуль виражає найнижчу температуру), тобто числові значення на пропорційній шкалі: відношення температур однієї пари речей $\gamma_{ab} = T_a / T_b$ і другої пари речей $\gamma_{cd} = T_c / T_d$, тобто $\gamma_{ab} = \gamma_{cd}$.

У наведеному прикладі вимірювання температури фізичних тіл "найслабшою" є номінальна шкала, значення температури на якій позначаються за допомогою символів, у тому числі й чисел, але з якими не можуть здійснюватись арифметичні операції; "сильнішою" є порядкова шкала, згідно з якою тіла ранжуються за ступенями нагрітості і якій відповідає ряд чисел, для яких справедливі операції "більше" і "менше" та операція транзитивності; "точною" кількісною шкалою є інтервальна з умовним нулем відліку вимірюваних значень температури, наприклад, на шкалі Цельсія, які можна додавати і віднімати; "найсильнішою" є пропорційна шкала температур

Кельвіна з абсолютним нулем відліку, виміряні значення температури на якій можна порівнювати за допомогою арифметичної операції відношення або ділення. Але така логіка шкалювання і вимірювання суперечить концепціям кваліметрії: *номінальна, ординальна і кардинальна шкали не можуть бути переведені одна в одну шляхом удосконалення методів калібрування шкал і вимірювання, оскільки за визначенням ці шкали принципово різняться і призначені для вимірювання різних за змістом показників.*

Згідно з концепціями кваліметрії температура є інтенсивною величиною і *завжди* вимірюється на ординальній (порядковій, стратифікаційній) шкалі незалежно від точності шкалювання. Тобто наведені приклади вимірювання температури завжди виражають ступені інтенсивності температури, які позначаються ординальними числами.

Подібні міркування стосуються вимірювання інтенсивних соціальних або психологічних величин, скажімо, рівнів статусу деяких осіб, на ординальній або стратифікаційній, можливо, прокаліброваній з меншою точністю, шкалі.

10.3. АНАЛІЗ ПРИНЦИПІВ І МЕТОДІВ ВИМІРЮВАННЯ

На схемі 10.1 в систематизованому вигляді описано сутність екстенсивних та інтенсивних властивостей, наведено типологію шкал і охарактеризовано типи вимірювань. Розглянемо принципи й методи вимірювання різних показників.

Визначення номіналів видових якостей деякої речі в вигляді суперпозиції якостей без визначення їх кількостей суть методу *якісного аналізу*. Так, хімічний якісний аналіз дає змогу визначити склад речовин, одержаних у результаті хімічної реакції. Соціальний якісний аналіз деякої сукупності осіб, скажімо, за національним або професійним складом, полягає у визначенні того, яких саме національностей або професій особи є в сукупності без визначення їх кількості. Якісний аналіз здійснюють різними методами класифікації.

Кількісний аналіз полягає у вимірюванні числових значень властивостей тих чи інших об’єктів і явищ. Вимірювання екстенсивних величин грунтується на принципі адитивності елементів множини. Метод вимірювання *екстенсивної* величини полягає в підрахунку відповідних з еталоном одиниць множини (дискретної чи неперервної природи). Таке вимірювання називають *прямим,* наприклад, довжину за допомогою еталонної одиниці — метра, величину трудового колективу — за допомогою стандартного працівника, множину соціальних фактів — за допомогою абстрактного стандартного соціального факту.

Складніше виміряти *інтенсивний* показник (як *простий* так і *комплексний*). Арсенал математичних методів фактично пов'язаний з вимірюванням інтенсивних величин, до яких не застосовується поняття міри, як це було у випадку вимірювання екстенсивних величин. Інтенсивна величина виражає значення в точці й вимірюється за допомогою значень ступенів, що задаються на шкалі реперними точками. Сутність інтенсивної величини полягає у відношенні мір (мірил), які, "скорочуючись" у чисельнику й знаменнику дробу, перетворюють це відношення мір на безмірну величину — ступінь. Вимірювання ступеня — числового значення інтенсивної величини — зводиться до вимірювання відношення двох (або більше) екстенсивних величин; таке вимірювання назвемо *похідним.* Швидкість руху, густина речовини або густина населення — приклади інтенсивних величин у формі похідних.

Інтенсивна величина у формі відношення екстенсивних величин є перевідним коефіцієнтом між відповідними їм множинами; в одному випадку — з різними номіналами якостей, тобто з різними номіналами одиниць (густина речовини суть перевідний коефіцієнт між множинами одиниць маси і об'єму, а густина населення — перевідний коефіцієнт між множинами людей і одиниць території), або у другому випадку — суть перевідний коефіцієнт між множинами з однаковими номіналами якостей, тобто з однаковими номіналами одиниць вимірювання (концентрація — перевідний коефіцієнт між множинами одиниць мас різних речовин, соціальна "концентрація" щодо частки осіб однієї статі серед населення — перевідний коефіцієнт між множинами чоловіків і жінок).

Соціальні інтенсивні характеристики (статус, авторитет, кваліфікація, соціальна настанова, компетентність, освіта, переконаність, віра, доброта, працелюбність тощо) так само є перевідними коефіцієнтами між множинами з різними номіналами якостей, і кожний такий перевідний коефіцієнт є стійким для певної особи й характеризує ступінь якості її певних властивостей. Наприклад, для інтенсивних властивостей першого порядку кваліфікацію конкретного робітника можна розглядати як перевідний коефіцієнт між множинами допущених ним дефектів і одиниць вироблених ним деталей, працелюбність — як перевідний коефіцієнт між часом роботи і дозвілля, тобто між двома множинами одиниць часу.

Якщо інтенсивну величину не вдається виразити явно у вигляді індексу, у якого можуть бути незалежно виміряні значення екстенсивних величин у чисельнику й знаменнику, то шукають її функціональний зв'язок з деякою екстенсивною величиною. Вимірювання інтенсивної величини за допомогою обчислення функції при підстановці екстенсивного аргументу, визначеного в результаті прямого вимірювання, назвемо *опосередкованим.* Так визначають температуру термометром: за подовженням стовпчика ртуті згідно із законом Гей-Люсака. Загалом визначення такої функціональної залежності між інтенсивною й екстенсивною величинами потребує фіксації значної кількості умов, тобто проведення експерименту. Наприклад, для вимірювання температури необхідно фіксувати тиск: альпіністам відомо, що вода при зниженому атмосферному тиску в горах кипить при температурі нижче від 100 °С. Особливо важко виконувати соціальні експерименти, оскільки вони пов'язані з порушенням усталених норм життєдіяльності населення. За допомогою методів статистичного аналізу між інтенсивними й екстенсивними величинами можна встановлювати не строго функціональні залежності, а статистичні, наприклад, за допомогою рівнянь регресійного й факторного аналізів.

Якщо не відомі ні явне вираження інтенсивної величини у формі індексу, ні функціональний зв'язок її з екстенсивною величиною, то вимірювання інтенсивної величини полягає в *оцінюванні* її значення експертами на попередньо прокаліброваній шкалі за допомогою реперних точок. За відсутності такого калібрування інтенсивну величину вимірюють за допомогою *ранжирування* об'єктів за ступенями інтенсивності вздовж шкали. Вимірювання інтенсивних величин за допомогою методів експертного оцінювання назвемо *імперативним.* Вимірювання таких соціальних інтенсивних властивостей, як авторитет, статус, кваліфікація, установка, освіта, подібне до вимірювання таких фізичних інтенсивних властивостей, як густина, температура, концентрація, твердість. Наведені показники виражають ступінь інтенсивності якості на ординальних шкалах: явно — пропорцією кардинальних чисел (густина, температура) або неявно (твердість, статус, настанова), але в обох випадках це показники порядку (вимірювання в точці), які відображають стратифікацію об'єктів за ступенями якості. Зауважимо, що й у випадку ранжирування здійснюється вимірювання в точці, але розмитій у значних межах.

Для того щоб осмислити вимірювання соціальних інтенсивних властивостей, розглянемо методи вимірювання таких фізичних інтенсивних величин, як температура, густина, концентрація, твердість тощо. Визначення числових значень інтенсивної величини зводиться до згадуваних трьох способів. Розглянемо ці способи на порівняльних прикладах вимірювання показників температури T фізичного тіла і густини населення σ:

1. *Похідне* вимірювання як визначення індексу у вигляді пропорції двох екстенсивних величин (за типом густини):

$$T = \frac{Q}{S},$$

де Q — теплота; S — ентропія;

$$\sigma = \frac{N}{S},$$

де N — населення; S — площа території.

2. *Опосередковане* вимірювання як обчислення функції зв'язку інтенсивної величини з екстенсивною:

$$T = \alpha\, l,$$

де T — температура, пропорційна подовженню ртутного стовпчика l згідно із законом Гей-Люсака;

$$\sigma = \alpha \frac{1}{g},$$

де σ густина населення, обернено пропорційна північній довготі g (північніше населення рідше) згідно з регресійним рівнянням.

3. *Імперативне* вимірювання:

а) як *оцінювання* експертами ступеня інтенсивності інтуїтивно або згідно з інструкцією про орієнтовну відповідність ступенів значенням деякої екстенсивної величини (інструкція є обгрунтуванням фіксації реперних точок на шкалі інтенсивної властивості):

оцінювання температури на основі відчуттів тепла й холоду або різних прикмет природи (наприклад, коли рослини вигоряють, примерзають);

оцінювання густини населення на основі інтуїтивного узагальнення або аналізу одного показника чи комплексу (наприклад, кліматичних умов: температури, опадів, вітрів тощо);

б) як *ранжування* об'єктів за ступенями якості з наступним визначенням місця конкретного об'єкта в ранжованому ряді (вимірювання без фіксації реперних точок):

ранжування сукупності об'єктів між холодним і гарячим зразками за ступенями нагрітості з наступним визначенням порядкового номера в ряді;	ранжування показників густини населення за регіонами від регіонів з помірним кліматом у північному напрямі з наступним визначенням рангів регіонів.

Короткі анотації сутності вимірювання інтенсивних величин порівняно з іншими типами вимірювань подані на схемі 10.1.

Незважаючи на нерівномірну упорядкованість одиничним об'єктам приписуються послідовно цілі ординальні числа — ранги, що є результатами вимірювання інтенсивної властивості на ранговій шкалі. Вимірювання на такій шкалі є наближеним, і для рангів справедливі аксіоматичні положення порядку.

10.4. РІВНОМІРНІСТЬ І НЕРІВНОМІРНІСТЬ ШКАЛ ІНТЕНСИВНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ

Кумулятивні шкали екстенсивних властивостей завжди рівномірні, оскільки калібруються за допомогою еталонного одиничного відрізка, і числове значення на такій шкалі виражає величину інтервалу. На стратифікаційних або ординальних шкалах вимірюють значення потенціалу в точці, і вони можуть бути як рівномірними, так і нерівномірними незалежно від точності вимірювання.

Традиційно з ординальними (порядковими) шкалами пов'язують рангові шкали. Вимірювання на такій шкалі полягає в ранжуванні об'єктів за ступенями інтенсивності деякої властивості і приписуванні порядкового місця в цьому ряду конкретному об'єкту. Таке вимірювання є наближеним, і для рангів справедливі аксіоматичні положення порядку [11, с. 382]:

1) порівнянності: для рангів α і β справедливо $\alpha > \beta$, $\alpha = \beta$ або $\alpha < \beta$;
2) асиметрії (визначення знака “<”): якщо $\alpha > \beta$, то $\beta < \alpha$;
3) транзитивності: якщо $\alpha > \beta$ і $\beta > \gamma$, то $\alpha > \gamma$;
4) трихотомії: якщо $\alpha \neq \beta$, то справедливо або $\alpha > \beta$, або $\alpha < \beta$.

Важливим є питання, якою мірою можна говорити про рівномірність або нерівномірність рангового ряду чисел і рангової шкали, оскільки ординальні числа, якими позначені ранги, виражають точки на шкалі, а не інтервали, у зв'язку з чим розподіл точок зі значеннями рангів на шкалі може бути як завгодно нерівномірним аби зберігся порядок їх слідування. Якщо йдеться про рівномірну ординальну шкалу, то ця рівномірність забезпечується віднесеними до одиниці відповідними кардинальними числами, які є явним вираженням ординальних чисел у формі відношення кардинальних чисел. Наприклад, *I*, *II*, *III* і т. д. рівні статусу, позначені рядом ординальних чисел, можна задати рядом відношень кардинальних чисел 1/1, 2/1, 3/1 і т. д. з одиницями у знаменнику. У цьому разі рівномірність шкали забезпечується рядом натуральних чисел у чисельниках.

У загальному випадку, оскільки будь-яке ординальне число можна задати відношенням кардинальних чисел, довільний ряд ординальних чисел α, β, γ, δ, … можна задати відповідним рядом відношень кардинальних чисел $a/1$, $b/1$, $g/1$, $d/1$, …, зафіксувавши тим самим значення ординальних чисел на ординальній шкалі. У результаті одержано нерівномірний ряд ординальних чисел, положення яких не тільки ранжовані, а й закріплені на постійних місцях як репери.

У частинному випадку, якщо ступені інтенсивності в ординальному ряді α, β, γ, … виражаються встановленими відношеннями кардинальних чисел у формі дробів з однаковими знаменниками, а чисельники відрізняються на однакові розміри інтервалів, скажімо, на величину $1a$: $\alpha = a/1 = 1a/1$, $\beta = b/1 = 2a/1$, $\gamma = g/1 = 3a/1$, то одержимо не тільки впорядкований, а й рівномірно впорядкований ординальний ряд чисел

$$\frac{a}{1}, \frac{b}{1}, \frac{g}{1}, \ldots = 1\frac{a}{1}, 2\frac{a}{1}, 3\frac{a}{1}, \ldots,$$

якому відповідає рівномірна ординальна (стратифікаційна) шкала.

На основі цих міркувань можна сформулювати п'яте і шосте аксіоматичні положення порядку:

5) реперної фіксації рангу: якщо $\alpha = a/q$, то α фіксоване на числовій осі;
6) рівномірності: якщо $\alpha = 1a/q$, $\beta = 2a/q$, $\gamma = 3a/q$ і т. д., то ряд ординальних чисел рівномірно фіксований.

Якщо ж явне вираження ординальних чисел як відношень кардинальних чисел невідоме, то значення ступенів інтенсивності можна фіксувати опосередковано на основі попередньо встановленої прямо пропорційної функціональної залежності її з деякою екстенсивною величиною. Саме так градуюють шкалу ртутного термометра в градусах на основі вимірювань видовження ртутного стовпчика. Якщо ж немає способу точної фіксації точок, тобто значень ступенів, то в їх розміщенні на числовій осі зберігається тільки порядок, і через це рангова шкала є нерівномірною.

Взагалі ознака рівномірності й нерівномірності ординальних шкал має глибший смисл, оскільки ступінь відхилення ординальної шкали від рівномірної відображає природу внутрішніх взаємозв'язків якостей речі. Строго кажучи, ординальна шкала завжди нерівномірна, оскільки модель речі у вигляді суперпозиції незалежних множин існує тільки як ідеалізація, а реально вони впливають одна на одну і їх взаємовплив проявляється в нерівномірності ординальної шкали. У цьому зв'язку зазначимо, що нерівномірність ординальної шкали може бути подвійною — істинною, тобто як змінювана за певним нелінійним законом калібровка, і неістинною, тобто як наближена калібровка (саме в останньому випадку шкалу з такою калібровкою традиційно називають порядковою).

Отже, ординальна шкала є точковою, тобто такою, що складається з точкових значень інтенсивної властивості. Пізнання речі, процесу або явища полягає у визначенні характеру нерівномірності точкової шкали ординального ряду чисел. З'ясуємо, як це можна здійснити.

Одним із способів вимірювання інтенсивної величини, яку безпосередньо неможливо виміряти, полягає в пошуку функціонального зв'язку її з екстенсивною величиною, вираженою кардинальним числом. Тим самим градуювання шкали інтенсивної властивості визначається функціональним законом її зв'язку з екстенсивною властивістю. У загальному випадку функцію залежності інтенсивної величини від екстенсивної можна виразити подвійно: як графічне зображення кривої у площині рівномірно проградуйованих осей (в абстрагуванні від конкретно вимірюваних властивостей речей) і як нерівномірне градуювання шкали згідно із законом зміни функції інтенсивної властивості від екстенсивної властивості $\xi = f(x)$ конкретної речі (рис. 10.1, *а* і *б*). У першому випадку графік функції відображає природу внутрішніх взаємозв'язків множин (субстанцій), які становлять річ на координатній площині, причому рівномірність калібровки осі екстенсивної властивості задається природно кардинальними числами, а рівномірність калібровки шкали інтенсивної властивості задається абстрактно шляхом вираження ординальних чисел відношеннями кардинальних чисел в абстрагуванні від конкретних властивостей речей або ж для ідеальної речі, яка є суперпозицією незалежних множин (субстанцій), що не взаємодіють. У цьому разі вісь ординат є ідеальною шкалою інтенсивної властивості, а вісь абсцис — реальною шкалою екстенсивної властивості, і графік функції $\xi = f(x)$ виражає ніби відхилення ступеня взаємодії досліджуваних множин реальної речі від суперпозиції цих же множин ідеальної речі (рис. 10.1, *а*). В інших випадках для кожної конкретної речі будується конкретна ординальна шкала як відображення шкал екстенсивної й інтенсивної властивостей за допомогою відрізка прямої згідно з функціональним законом, як це показано на рис. 10.1, *б*. У фізиці інтенсивні властивості задаються першим способом, а в соціології і соціальній психології — переважно другим за допомогою процедур шкалювання.

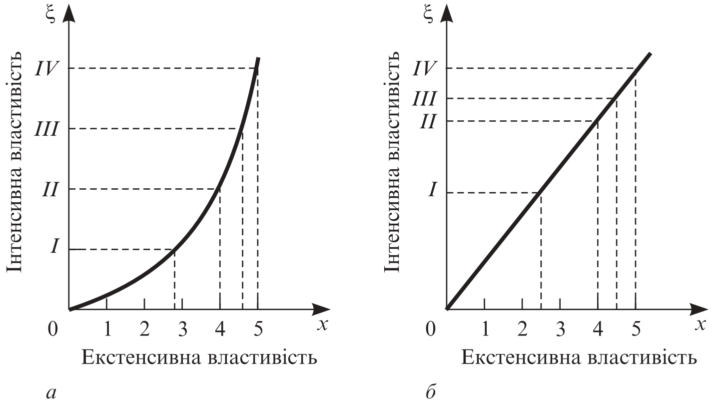


Рис. 10.1

Наприклад, шкала температури градуюється рівномірно для будь-яких речовин, але графік функції температури від видовження стовпчика термометричної речовини при нагріванні може мати лінійний і нелінійний вигляд, скажімо, для спирту й ртуті він лінійний в околі точки 4 °С, а для води в цій області — нелінійний. Іншими словами, якщо, згідно з функцією $T = T(l)$, відобразити на графіку видовження водяного стовпчика на вісь температури, то одержимо нерівномірну шкалу температури близько 4 °С. Отже, для кожної речовини треба було б будувати окрему температурну шкалу. Саме так вчиняють у соціальній психології: для вимірювання кожної соціальної настанови будують окрему шкалу.

10.5. СОЦІАЛЬНІ ПОКАЗНИКИ

Соціальна "річ" характеризується комплексом простих і складних екстенсивних та інтенсивних властивостей. При вживанні терміна "соціальний об'єкт" ідеться власне про соціальну "річ" у формі суперпозиції якостей. Соціальна кваліметрія розглядає різноманітні показники властивостей соціальних "речей", до яких належать окремі й комплексні, базові й відносні коефіцієнти зваженості (у тому числі різні коефіцієнти зв'язків властивостей — кореляції, спряженості), а також індекси якості.

Згідно з викладеним *окремий показник* характеризує одну екстенсивну або одну інтенсивну властивість соціального об'єкта, наприклад відповідно чисельність токарів і їх кваліфікація. *Комплексний показник* визначається комплексом показників екстенсивних або інтенсивних властивостей у формі лінійної або нелінійної їх комбінації. Наприклад, комплексна соціальна активність (a) виражається комплексом окремих активностей (a_i) за соціальними інституціями — у виробничій, громадсько-політичній, сімейно-побутовій, культурно-освітянській та інших сферах:

$$a = \sum \rho_i a_i,$$

де ρ_i — коефіцієнт зваженості. Отже, соціальна активність виражає ступінь якості особистості. Для порівняння різних показників соціальних об'єктів територіально або в часі вибирають базові значення цих показників.

Показники соціальних властивостей можуть виражатись *абсолютними* й *відносними* величинами. Абсолютною величиною визначається екстенсивна властивість, при цьому її числове значення виражається в еталонних одиницях: 15 токарів, 1000 соціальних ("стандартних") фактів. Відносною величиною визначається інтенсивна властивість, яка означає частку одиниць з деякою видовою ознакою у множині одиниць із загальною родовою ознакою: 15/30 = = 1/2 = 0,5 частки становлять 15 токарів у робітничій бригаді чисельністю 30 осіб; 200/1000 = 0,2 частки становлять 200 політичних фактів із загальної кількості 1000 соціальних фактів. Поряд з частками відносні величини виражаються також у процентах.

Внаслідок різноманітності й складності соціальної форми організації реального світу, яка включає, крім соціальної, біологічну і фізичну форми, система соціальних показників так само є складною й різноманітною як за рівнями соціальної організації, так і за сферами соціальних відношень. Система соціальних показників охоплює суспільство загалом, окремі соціальні інституції й установи, окремі соціальні явища, колективи, контактні групи, особистості. Соціальні утворення на кожному рівні складності описуються загальними й специфічними для них показниками. При розробці системи соціальних одиниць на першому етапі визначають множини, які входять до складу соціальних утворень рівня й соціальної сфери (які визначаються соціальними інституціями: політики, економіки, педагогіки, культури, шлюбу й сім'ї, релігії). Природа кожної з множин позначається номіналом якості, а відповідна елементарна одиниця є мірою вимірювання. Множини у складі соціальних об'єктів ("речей") є їх екстенсивними властивостями, а одиниці цих множин з відповідними номіналами якостей утворюють систему фундаментальних соціальних показників. Відношення цих множин у різних поєднаннях утворюють систему похідних показників інтенсивних властивостей.

Нижче наведені приклади простих і складних екстенсивних й інтенсивних показників та їх одиниці виміру:

- *Прості екстенсивні* показники, вимірювані простою мірою: населення: 1 *людина*, множина умовних одиниць: 1 *очко*, *бал*.
- *Складні екстенсивні* показники, вимірювані складною мірою: трудові затрати: 1 *люд.-год*.
- *Інтенсивні* показники різних порядків у формі відношень мір: густота населення: 1 *люд./кв. км*, зарплата: *гривня/люд.-міс*.
- *Інтенсивні* показники у формі ступенів якості, заданих ординальними числами:
  кваліфікація робітника: *I–VI розряд*.
- *Інтенсивні* показники у формі ступенів якості, заданих вербально:

а) за допомогою ступенів порівняння якісних прикметників: ступінь статусу: *найвищий, високий, середній, низький, найнижчий*;

б) за допомогою спеціальних найменувань:

ранжування посад викладачів вузів: *асистент, старший викладач, доцент, професор*.

Контрольні питання

1. Як визначаються соціальна якість, соціальна річ і соціальна властивість?
2. Особливості вимірювання об'єктивних і суб'єктивних соціальних показників.

3. Типологія і особливості шкал вимірювання властивостей.
4. Суть вимірювання інтервалу і вимірювання в точці.
5. У чому полягає розбіжність обґрунтування розглядуваної типології шкал і типології шкал С. Стівенса?
6. Особливості класифікаційної (номінальної) шкали.
7. Особливості кумулятивної (кардиальної) шкали.
8. Особливості стратифікаційної (ординальної) шкали.
9. Що таке якісний і кількісний аналізи соціальних утворень?
10. Охарактеризуйте похідне, опосередковане й імперативне вимірювання інтенсивних властивостей.
11. Аксіоматичні положення про фіксацію рангу і рівномірності ряду ординальних чисел.
12. Чим зумовлюється нерівномірність шкал інтенсивних властивостей?
13. Види соціальних показників.

Список використаної та рекомендованої літератури

1. *Арнольд И. В.* Теория чисел. — М., 1939.
2. *Асмус В. Ф.* Логика. — М., 1947.
3. *Берка К.* Измерения. — М., 1987.
4. *Будагов Р. А.* Введение в науку о языке. — М., 1965.
5. *Бурбаки Н.* Теория множеств. — М., 1965.
6. *Войшвилло Е. К.* Понятие. — М., 1967.
7. *Демидов И. Т.* Основания арифметики. — М., 1963.
8. *Зайцева М. И.* Методы шкалирования при измерении установки // Соц. исслед. — М., 1970. — Вып. 5.
9. *Калмык В. А.* Многофакторная модель формирования квалификации рабочих // Количественные методы в социологии. — М., 1966. — Гл. XI.
10. *Кацнельсон С. Д.* Содержание слова, значение и обозначение. — М.; Л., 1965.
11. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. — М., 1974.
12. *Лебег А.* Об измерении величин. — М., 1960.
13. *Множество* // Математ. энцикл. — М., 1982. — Т. 3.
14. *Осипов Г. В., Андреев Э. П.* Методы измерения в социологии. — М., 1977.
15. *Предмет* // Филос. энцикл. словарь. — М., 1983.
16. *Стивенс С.* Математика, измерение и психофизика // Эксперимент. психология. — М., 1960. — Т. 1.
17. *Суппес П., Зинес Дж.* Основы теории измерений // Психол. измерения. — М., 1967.
18. *Тюрин Н. И.* Введение в метрологию. — М., 1985.
19. *Философский* энциклопедический словарь. — М., 1983.
20. *Фреге Г.* Смысл и денотат // Семиотика и информатика. — М., 1977. — Вып. 8.
21. *Фуко М.* Слова и вещи. — М., 1977.
22. *Циба В. Т.* Основи теорії кваліметрії. — К., 1997.
23. *Циба В. Т.* Соціологія особистості: системний підхід. — К., 2000.
24. *Цыба В. Т.* Основы общей квалиметрии // Деп. рук. в ИНИОН АН СССР. — № 46991 от 08.09.92. — М., 1992.
25. *Цыба В. Т.* Основы социальной квалиметрии. — М., 1989.
26. *Цыба В. Т.* Философские основы социальной квалиметрии // Деп. рук. в ИНИОН АН СССР. — № 13983 от 22.02.91. — М., 1991.
27. *Шафф А.* Введение в семантику. — М., 1963.

Частина III

КВАЛІМЕТРИЧНИЙ ПІДХІД ДО ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ У СОЦІОЛОГІЧНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ

Кваліметричний підхід до викладу математичних методів у соціологічних дослідженнях закладений у структурі схеми 10.1 “Систематика показників, шкал, принципів і методів вимірювання” звідки випливає, що найпростішим є метод *номінального* вимірювання, тобто метод якісного аналізу соціальних утворень. Наступним за складністю є *пряме* вимірювання, якому відповідає кількісний аналіз екстенсивних показників соціальних утворень. Найбільше уваги приділено методам *непрямого* вимірювання інтенсивних властивостей соціальних об’єктів. У свою чергу, як випливає зі схеми 10.1, непряме вимірювання включає *похідне*, *опосередковане* й *імперативне*. У такому порядку викладено відповідні математичні методи соціологічних досліджень у частині III. Насамкінець розглянуто методи порівняльного аналізу різних емпіричних показників через інтегрований показник *потужності* множини. Подана систематика математичних методів відповідає структурі предмета кваліметрії.

Але всі види математико-статистичного аналізу результатів соціологічних досліджень здійснюють на основі вибіркового (а не суцільного) опитування, і тому, перш ніж аналізувати різні математичні методи за наведеним логічним порядком, розглянемо вибірковий метод.

Розділ 11
ВИБІРКА

Вірогідність висновків про закономірності соціальних явищ залежить від ступеня якості виконаної вибірки. Вибірковий метод є основним у соціологічних дослідженнях (див. розділ 3). Використання різних методик розрахунку вибіркової сукупності спричинене складністю і різноманітністю соціальних об'єктів, які описуються статистичним розподілом багатомірної випадкової величини.

За ступенем повноти охоплення дослідженням генеральної сукупності індивідів розрізняють два види статистичного спостереження: *суцільне* і *несуцільне.* Часто суцільне спостереження важко або неможливо організувати і воно дорого коштує, як, наприклад, суцільний перепис населення країни. Водночас на основі організованого за законами математичної статистики вибіркового спостереження можна одержати таку саму інформацію про генеральну сукупність із задовільною точністю. Несуцільне спостереження здійснюють *вибірковим* і *направленим* відбором.

Розглянемо методику формування вибірки, яка включає *власне-випадкову* і *квотну* вибірки. Остання є прикладом багатомірного якісного й кількісного аналізу.

Зважатимемо на те, що сукупність індивідів опитують за їх суб'єктивними й об'єктивними властивостями, які об'єднані в основний і соціально-демографічний блоки соціологічної анкети. Перші властивості особи набуті нею від народження або в результаті тривалого научіння і виховання, а другі можуть змінюватись протягом певного часу. Властивості першого типу, такі як стать, вік, професія, освіта, кваліфікація, партійність, віросповідання тощо, становлять соціально-демографічний блок анкети. Оскільки ці властивості стійкі, то за ними ведуть статистику різні статистичні установи, і завдяки цьому дослідник може мати про них повну інформацію. Так, у відділах кадрів установ, підприємств, вищих закладів освіти є статистичні дані про соціально-демографічні характеристики працівників, студентів тощо. Для одержання за ними розподілів респондентів з дослідницькою метою не треба виконувати спеціальні дослідження: їх роль в анкетах допоміжна.

Мета прикладних соціологічних досліджень спрямована переважно на виявлення проблем за суб'єктивними показниками, такими як громадська думка відносно деякої проблеми або ставлення до деякої події, явища, суб'єкта чи об'єкта, яка формується у процесі трудової і громадської діяльності й яку можна змінити під впливом зовнішніх чинників, таких як переконання, виховання, пропаганда, реклама тощо. Подібні характеристики у формі запитань становлять основний блок соціологічної анкети. Індивіди за відповідями на ці запитання утворюють статистичні розподіли на певний час, і за цими показниками неможливо вести статистичний облік. Тому щодо них немає відомостей про генеральну сукупність. Мало того, визначення законів розподілів індивідів і їх параметрів за цими показниками є метою статистичного соціологічного дослідження.

У вибірковому методі відтворення розподілів генеральної сукупності індивідів за об'єктивними і суб'єктивними властивостями використовують різні підходи. За *об'єктивними* соціально-демографічними властивостями формується зменшена модель розподілу генеральної сукупності на основі інформації статистичних відомств шляхом формування квот — зменшених "чарунок" з певними значеннями перехресних соціально-демографічних характеристик індивідів, наприклад чисельність "чарунки", яка включає значення "бакалаврів", "20-ти років", "юнаків", становить квоту. Гратка квот відображає пропорційно зменшену структуру багатомірної генеральної сукупності. Відповідну вибірку називають *квотною.*

За *суб'єктивними* властивостями зменшена модель генеральної сукупності є її частиною, де відтворюється закон розподілу багатомірної сукупності загалом. Таку вибірку називають *власне-випадковою.*

На практиці вибірку часто здійснюють тільки за об'єктивними характеристиками соціально-демографічного блоку і при цьому неявно розуміють, що збереження за ними пропорцій у вибірковій сукупності забезпечує репрезентативність і за суб'єктивними характеристиками.

Обґрунтування чисельності *n* вибіркової сукупності, яка забезпечує необхідні точність і надійність, розглянуто в розділі 1.3. Одержані формули для повторної (3.6') і безповторної (3.6'') вибірок за питаннями соціологічної анкети з числовими шкалами і відповідні формули (3.6*) і (3.6**) за дихотомічними шкалами є базовими для вибірок з випадковим відбором індивідів для опитування.

Систематизуємо і обговоримо найчастіше використовувані на практиці методи розрахунку вибіркової сукупності та способи відбору індивідів.

Залежно від мети соціологічного дослідження для одержання інформації про об'єкт використовують *пропорційну* і *непропорційну* вибірки.

Розглянуті *власне-випадкова*, а також *районована* (*типова*) вибірки належать до *пропорційної*, оскільки її обсяг пропорційний "різноманітності" генеральної сукупності з розглядуваного питання, яка визначається величиною дисперсії. Очевидно, що при "одноманітному" складі генеральної сукупності з розглядуваного питання, яка описується, наприклад, законом розподілу у вигляді δ-функції (див. розд. 2), потрібна невелика кількість осіб для опитування через їх "одноманітність", а при великій "різноманітності" складу осіб, розподіл якого описується кривою з великим розсіянням, потрібний великий обсяг вибірки, щоб у ній було подано цю "різноманітність" на всій шкалі характеристики. Особливо важливо передати характер розподілу у вибірці для статистичного об'єкта, який описується багатомодальним розподілом випадкової величини.

Іноді постає потреба зосередити увагу на специфічних особливостях типових груп, і тоді доцільніше здійснити *непропорційну вибірку*. Наприклад, при вивченні специфічних показників деякої групи у складі генеральної сукупності може виявитись, що типові представники цієї групи через їх малу чисельність можуть не виявитись у пропорційній вибірці. Так, якщо мета дослідження полягає в обгрунтуванні високої успішності (значення σ^2 мале) групи студентів вищого навчального закладу, то через малу чисельність ця група буде подана малим числом у вибірці і може не виявитись у вибірці студентів з широким діапазоном успішності (значення σ^2 велике), організованій за пропорційним принципом. У цьому разі слід використовувати непропорційну вибірку.

Непропорційну вибірку можна реалізувати кількома способами (схема 11.1):

- вибрати однакову кількість осіб для опитування $n_1 = n_2 = \ldots = n_f$ з усіх f нерівних типових груп;
- з кожної типової групи вибрати деяку кількість осіб, що буде пропорційною їх кількості N_i у генеральній сукупності $n_i = nN_i / N$;

Схема 11.1

Формули для розрахунку обсягу вибірки

<table>
<tr><td colspan="2">

Пропорційна вибірка

Повторна — **Безповторна**

Власне-випадкова

$$n = \frac{t^2 s^2}{\Delta^2} \qquad n = \frac{t^2 s^2 N}{\Delta^2 N + t^2 s^2}$$

Типова (районована)

$$n = \frac{t^2 \overline{s^2}}{\Delta^2} \qquad n = \frac{t^2 \overline{s^2} N}{\Delta^2 N + t^2 \overline{s^2}}$$

</td></tr>
<tr><td colspan="2">

Непропорційна вибірка

а) відбір однакової кількості одиниць за групами:

$$n = f\, n_i \quad \text{при} \quad n_i = n_1 = n_2 = \ldots = n_f;$$

б) відбір, пропорційний величині груп:

$$n = \sum n_i \quad \text{при} \quad n_i = n\frac{N_i}{N};$$

в) відбір, пропорційний середнім квадратичним відхиленням груп:

$$n = \sum n_i \quad \text{при} \quad n_i = n\frac{N_i s_i}{\sum n_j s_j}.$$

</td></tr>
<tr><td>

Де

1. для кількісної характеристики

$$\overline{x} = \frac{1}{n'} \sum x_i n_i'$$

$$s^2 = \frac{1}{n'} \sum (x_i - \overline{x})^2 n_i'$$

</td><td>

2. для дихотомічної характеристики

$$\overline{x} \equiv w \equiv w_1$$

$$s^2 = w(1 - w) = w_0\, w_1$$

</td></tr>
<tr><td colspan="2">

де n' — обсяг вибірки у пробному опитуванні, n_i' — частоти;
N — кількість елементів у генеральній сукупності;
N_i — кількість елементів в i-й типовій групі;
n — кількість елементів у вибірковій сукупності;
n_i — кількість елементів у i-й типовій групі вибіркової сукупності;
s^2 — оцінка дисперсії з пробного опитування;
$\overline{s^2} = \sum s_i^2 / f$ — середня дисперсія вибірки з оцінок дисперсій за f типовими групами;
Δ — гранична помилка вибірки;
t — коефіцієнт довір’я, або кратність середньої помилки вибірки μ, що визначається величиною довірчої ймовірності γ

</td></tr>
</table>

- обсяг вибірки n_i у типовій групі вибрати пропорційно середньому квадратичному відхиленню σ_i у кожній групі, оцінки яких визначаються з пробних опитувань.

Для розрахунку обсягу вибірки n замість невідомої генеральної дисперсії α^2 використовують її оцінку s^2 з пробного опитування. Для кількісних питань ця процедура обов'язкова, а для дихотомічних – необов'язкова, оскільки для розрахунку чисельності n можна використати максимальне значення дисперсії $\sigma^2 = pq = 0{,}25$ при однаковому розподілі опитуваних осіб з відповідями “Так” і “Ні”: $p = q = 0{,}5$. Це дає змогу розрахувати завищену кількість вибіркової сукупності, що гарантує вищу точність вимірювання.

Після того як визначено величину вибіркової сукупності n, необхідно відібрати для опитування n конкретних осіб. Найчастіше застосовують такі способи відбору осіб:

- механічний, коли із загального списку респондентів номер опитуваного визначають через заданий інтервал, який обчислюється як відношення величин генеральної і вибіркової сукупностей: $\omega = N / n$;
- жеребкування, коли осіб для опитування визначають шляхом витягування з урни карток з прізвищами респондентів;
- метод випадкових чисел, коли номер опитуваної особи у списку респондентів визначають за допомогою таблиць випадкових чисел.

Проаналізуємо формування вибірки в соціологічному дослідженні з проблем студентів-випускників вищого навчального закладу.

Використаємо методику *власне-випадкової* вибірки для визначення чисельності вибіркової сукупності n і методику *квотної* вибірки для збереження пропорцій між кількістю студентів з різними соціально-демографічними характеристиками. Для певності припустимо, що студентами є бакалаври, спеціалісти і магістри математичного, біологічного і соціологічного факультетів

На першому етапі формування вибірки визначимо мінімальне число студентів, яке необхідно опитати для одержання відомостей за всіма питаннями соціологічної анкети з заданою точністю (репрезентативністю) і надійністю.

Нехай при розгляді репрезентативності вибірки за основним блоком припускається, що генеральна сукупність налічує 600 студентів, кожен з яких має однаковий шанс потрапити у вибірку. У цьому разі для визначення обсягу вибірки скористаємося методикою розрахунку власне-випадкової вибірки. Вибірка забезпечує репрезентативність за всіма питаннями основного блоку анкети, але для певності розрахуємо вибіркову сукупність за двома питаннями — кількісному і дихотомічному:

- "Як Ви оцінюєте свій рівень знань?" (оцінки 1, 2, 3, 4, 5);
- "Чи визначились Ви з місцем роботи?" (відповіді: 1 — "Так"; 0 —"Ні").

При формуванні репрезентативної вибірки з питань соціально-демографічного блоку генеральна сукупність вважається структурованою за трьома показниками: "Факультет", "Спеціальність" і "Стать". Для збереження пропорцій між цими показниками використовують квотну вибірку.

Для визначення чисельності n за методикою власне-випадкової повторної (3.6′) і безповторної (3.6″) вибірок (схема 11.1) потрібні такі дані:

α^2 — дисперсія генеральної сукупності;

Δ — гранична помилка вибірки;

t — кратність середньої помилки вибірки μ;

N — чисельність генеральної сукупності.

Граничну помилку вибірки Δ встановлюють логічно на основі вирішення питання про допустимий ступінь відхилення параметрів, яке все ж дає змогу судити про істинний стан об'єкта, тобто про істинні значення параметрів (зокрема, середніх арифметичних) розподілу генеральної сукупності. У формулу для розрахунку вибірки потрібно підставити значення помилки у відповідних одиницях, наприклад, у балах при оцінці знань. Нехай гранична помилка вибірки дорівнює 0,1 бала, що для середньої $\overline{x} = 3$ бали становить 3,3 %.

Для дихотомічного питання, яке виражає частку, гранична помилка так само виражається в частках, скажімо, $\Delta = 0{,}05$, що еквівалентно помилці 5 %.

Таким чином, припускається, що у "вилку", межі якої визначаються значеннями $\pm\Delta$ відносно виміряного середнього значення $\overline{x}$, потрапляє значення генеральної середньої a:

$$\overline{x} - \Delta \le a \le \overline{x} + \Delta.$$

Для визначення коефіцієнта довіри t задамося рівнем значущості $\varepsilon = 0{,}05$, якому відповідає довірча ймовірність $\gamma = 0{,}95$. Це означає, що зі 100 гіпотетичних вибірок у 95 генеральна середня a буде охоплена "вилкою" $\overline{x} \pm \Delta$ і тільки у п'яти a виявиться за межами цієї "вилки". Звідси випливає логічний висновок: надійність єдиної реальної вибірки дорівнює 95 %. Із дод. 2 для функції нормального розподілу Гаусса (2.9) знаходимо, що ймовірності $\gamma = 0{,}95$ відповідає $t \approx 2$.

Нарешті, замість невідомої дисперсії α^2 підставимо її оцінку s^2, обчислену на основі даних попереднього опитування 100 студентів різних факультетів. Результати обчислення дисперсії наведені в табл. 11.1: $s^2 = 0{,}88$. Для дихотомічного питання виберемо максимальну дисперсію $s^2_{\text{дих}} = 0{,}25$, тобто чисельність вибірки виберемо із запасом.

Таблиця 11.1

Результати пробного опитування для оцінки генеральної дисперсії у формулах для вибірки

Тип вищої освіти	Питання анкети	"Як Ви оцінюєте свій рівень знань?"				
	Оцінки	1	2	3	4	5
Бакалавр	Частоти n_i	0	8	24	8	0
	Відносні частоти w_i	0,0	0,2	0,6	0,2	0,0
	Параметри	$n' = 40$ $\bar{x} = 3$ $s^2 = 0{,}4$ $s = 0{,}63$				
Спеціаліст	Частоти n_i	4	2	4	10	0
	Відносні частоти w_i	0,2	0,1	0,2	0,5	0,0
	Параметри	$n'' = 20$ $\bar{x} = 3$ $s^2 = 1{,}4$ $s = 1{,}2$				
Магістр	Частоти n_i	0	4	16	12	8
	Відносні частоти w_i	0,0	0,1	0,4	0,3	0,2
	Параметри	$n''' = 40$ $\bar{x} = 3{,}6$ $s^2 = 0{,}85$ $s = 0{,}92$				
Загалом по вузу	Частоти n_i	4	14	44	30	8
	Відносні частоти w_i	0,04	0,14	0,44	0,30	0,08
	Параметри	$n = 40$ $\bar{x} = 3{,}2$ $s^2 = 0{,}88$ $s = 0{,}94$				

Нехай чисельність генеральної сукупності студентів $N = 600$ осіб. Обчисливши значення Δ, t, s^2 і, знаючи N, визначимо для порівняння чисельність опитуваної сукупності за формулами (3.6′) і (3.6″) повторної і безповторної вибірок (схема 11.1) для того, щоб оцінити, чи істотно різняться одержані значення n:

повторна вибірка

$$n_{\text{повт}} = \frac{t^2 s^2}{\Delta^2} = \frac{2^2 \cdot 0{,}88}{0{,}1^2} = 352;$$

$$n_{\text{повт. дих}} = \frac{t^2 w_0 w_1}{\Delta^2} = \frac{2^2 \cdot 0{,}25}{0{,}05^2} = 400;$$

безповторна вибірка

$$n_{\text{б/п}} = \frac{t^2 s^2 n}{\Delta^2 N + t^2 s^2} = \frac{2^2 \cdot 0{,}88 \cdot 600}{0{,}1^2 \cdot 600 + 2^2 \cdot 0{,}88} = 200;$$

$$n_{\text{б/п дих}} = \frac{t^2 w_0 w_1 N}{\Delta^2 N + t^2 w_0 w_1} = \frac{2^2 \cdot 0{,}25 \cdot 600}{0{,}05^2 \cdot 600 + 2^2 \cdot 0{,}25} = 240.$$

З одержаних значень чисельності вибірки за формулою для безповторної вибірки вибираємо максимальне $n_{\text{б/п дих}} = 240$. Але оскільки це значення відповідає вибірці із запасом (бо використане максимальне значення дисперсії $\sigma^2 = 0{,}25$ зумовило завищене значення вибірки — 240 осіб), остаточно чисельність вибіркової сукупності для обох питань вибираємо $n = 200$ осіб — значення, що забезпечує репрезентативність розподілу за показником оцінки знань. Зазначимо, що при застосуванні формули для повторної вибірки для опитування треба було б узяти вдвічі більшу сукупність. При дослідженні невеликих генеральних сукупностей чисельності повторної і безповторної вибірок різняться істотно. Однак при великих значеннях N відмінність стає неістотною, і для розрахунку n можна використовувати формулу для повторної вибірки (3.6′), особливо якщо обсяг генеральної сукупності N невідомий.

Отже, вибірка чисельністю 200 осіб є репрезентативною за обома питаннями основного блоку соціологічної анкети.

Репрезентативність за показниками соціально-демографічного блоку студентів забезпечується квотною вибіркою. Розглянемо сутність квотної вибірки за такими вибраними з анкети трьома показниками:

- факультет;
- назва диплома за типом вищої освіти;
- стать.

Розпишемо обсяг вибірки n за квотами (табл. 11.2). Чисельність вибіркової сукупності, що становить 200 осіб, є третиною генеральної. Тому числа в рядках "Генеральна сукупність" зменшені втричі й записані в рядках "Вибірка". Виділені кількості осіб підлягають опитуванню.

Тепер розглянемо методику формування районованої (типової) вибірки. Розподілимо генеральну сукупність на типові групи і в кожній оцінимо значення дисперсії на основі допоміжного опитування студентів за вибраними запитаннями основного блоку анкети. Власне генеральну сукупність можна поділити на типові групи не за од-

Таблиця 11.2

Відбір з генеральної сукупності респондентів-студентів для опитування

Факультет		**Бакалаври**			**Спеціалісти**			**Магістри**			Разом		
		Стать		Σ	Стать		Σ	Стать		Σ	Стать		Σ
		ч	ж		ч	ж		ч	ж		ч	ж	
Математичний	Генеральна сукупність	48	12	60	27	3	30	45	15	60	120	30	150
	Вибірка	**16**	**4**	20	**9**	**1**	10	**15**	**5**	20	40	10	50
Соціологічний	Генеральна сукупність	30	0	30	48	12	60	84	36	120	162	48	210
	Вибірка	**10**	**0**	10	**16**	**4**	20	**28**	**12**	40	54	16	70
Біологічний	Генеральна сукупність	72	18	90	30	0	30	156	24	180	198	42	240
	Вибірка	**24**	**6**	30	**10**	**0**	10	**52**	**8**	60	66	14	80
Разом	Генеральна сукупність	150	30	180	105	15	120	225	75	300	480	120	600
	Вибірка	50	10	60	35	5	40	75	25	100	160	40	**200**

ним, а за кількома характеристиками, як це зроблено при здійсненні квотної вибірки, і оцінювати дисперсії для кожної квоти за табл. 11.1. Але в розглядуваному прикладі обмежимося тим, що поділимо генеральну сукупність на групи за типами вищої освіти. Припустимо, що, згідно зі статистичними документами, 600 студентів розподілені за цим показником так:

бакалаври — 200 осіб,
спеціалісти — 100 осіб,
магістри — 300 осіб.

Для того щоб визначити обсяг вибірки за методикою типової вибірки, необхідно знати середню дисперсію для типових груп, а отже, і дисперсії для кожної з них (див. схему 11.1). Оскільки генеральна дисперсія як середня типових груп і дисперсії кожної з груп невідомі, то у формулу для розрахунку чисельності вибіркової сукупності (3.6″) слід підставити значення її оцінки s^2, а для отримання останньої, у свою чергу, необхідно обчислити оцінки дисперсій за типовими групами на основі попереднього опитування невеликої кількості студентів.

Визначимо середню дисперсію розподілу студентів за відповідями на запитання “Як Ви оцінюєте свій рівень знань?”:

$$\overline{s^2} = \frac{1}{3}(0{,}4 + 0{,}85 + 1{,}4) = 0{,}55.$$

Із порівняння цього значення дисперсії $\overline{s^2} = 0{,}55$ з обчисленим за власне-випадковою методикою $s^2 = 0{,}88$ випливає, що перше значення істотно менше, а це свідчить про те, що й обсяг вибірки, обчисленої за методикою типової вибірки, менший. Підставимо нове значення дисперсії у формулу для розрахунку безповторної вибірки (3.6″), залишаючи значення Δ і t попередніми:

$$n_{\text{б/п тип}} = \frac{2^2 \cdot 0{,}55 \cdot 600}{0{,}1^2 \cdot 600 + 2^2 \cdot 0{,}55} = 160.$$

Порівнюючи одержані значення чисельності вибірки за власне-випадковою ($n = 200$) і типовою ($n_{\text{тип}} = 160$) методиками, бачимо, що вони різняться істотно. Щоб забезпечити репрезентативність для всіх питань соціологічної анкети, вибираємо найбільше з обчислених для всіх питань значення n.

Здійснюючи великі соціологічні дослідження, слід опитувати якомога меншу вибіркову сукупність респондентів з одним ступенем репрезентативності. Це уможливлює типова вибірка. Після встановлення кількості осіб, яких буде опитано, виконують квотну вибірку за зразком табл. 11.2 для кожної типової групи. Виділені жирним шрифтом числа вказують, скільки осіб з даними соціально-демографічними показниками треба опитати.

Контрольні питання

1. Види статистичного спостереження.
2. Суть власне-випадкової і квотної вибірок.
3. У чому полягає відмінність статистичних розподілів об'єктивних і суб'єктивних властивостей?
4. Формули для розрахунку чисельності різновидів пропорційної вибірки: повторної і безповторної та власне-випадкової і типової (районованої).
5. Види непропорційної вибірки.
6. Способи відбору осіб для опитування.
7. Дані, потрібні для розрахунку чисельності n за методикою власне-випадкової повторної і безповторної вибірок для запитань анкети з кількісною і дихотомічною шкалами.
8. Квоти респондентів.
9. Яка ідея покладена в основу методики районованої (типової) вибірки? Її переваги перед методикою власне-випадкової вибірки.

Розділ 12

ЯКІСНИЙ АНАЛІЗ. КІЛЬКІСНИЙ АНАЛІЗ: ПРИНЦИПИ ВИМІРЮВАННЯ ЕКСТЕНСИВНИХ ТА ІНТЕНСИВНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ

12.1. ЯКІСНИЙ АНАЛІЗ

З модельного подання соціального об’єкта як речі, тобто як суперпозиції множин-якостей, випливає можливість якісного аналізу. Суть його полягає у виявленні складу багатокомпонентної речі (суперпозиції якостей), тобто у виявленні наявних номіналів *видових* якостей з їх повного переліку, який охоплюється номіналом *родової* якості (наприклад, “українець”, “француз”, “чех” тощо — номінали *видових* якостей, “національність” — номінал *родової* якості). Якісний аналіз суть номінальне вимірювання на класифікаційній шкалі, тобто класифікація об’єктів на класи за певною родовою ознакою.

Проаналізуємо одну з важливих особливостей якісного аналізу деякої сукупності людей, зумовлену природою якостей. Ця особливість пов’язана з наявністю об’єктивних і суб’єктивних ознак (номіналів якостей) людини як біосоціальної істоти. Ці ознаки визначаються механізмами спадкоємності й соціального наслідування. Спадкоємні об’єктивні ознаки стійкі, й за ними можливо вести статистичний облік, наприклад, за статево-віковими характеристиками населення. Суб’єктивні ознаки соціального наслідування відносно нестійкі, рухливі, оскільки формуються у процесі соціалізації особистості насамперед шляхом виховання й учіння. Частина з них набирає більш-менш стійкого характеру, що фіксується відповідними документами, які так само дають змогу вести статистичний облік, наприклад, за професією, віросповіданням тощо.

Однак не всі набуті ознаки якостей закріплюються у свідомості особистості. До таких ознак належать, наприклад, погляди й смаки особистості до якихось нових ініціатив і починів, форм проведення дозвілля, моди одягу тощо. За такими нестійкими ознаками неможливо вести постійний статистичний облік, однак статистичні розподіли осіб за нестійкими ознаками на конкретний період часу отримують за допомогою соціологічних опитувань. При цьому найчастіше використовують такий документ соціологічного інструментарію, як соціологічна анкета. Вона складається з двох блоків: основного, який містить нестійкі суб'єктивні ознаки, наприклад, пов'язані з професійною або політичною орієнтацією, з аматорськими заняттями, художніми уподобаннями тощо, і соціально-демографічного блоку, який містить стійкі, об'єктивні ознаки, такі як професія, віросповідання, партійна приналежність, стать. Якісний аналіз передбачає тільки виявлення наявності представників відповідних класів.

а. Проста (одномірна) класифікація. Класифікації людей за національністю, професією, статтю, класифікації клубів — за інтересами, фірм — за спеціалізацією виробництва тощо суть приклади простого якісного аналізу багатоякісних соціальних утворень.

Постановка і розв'язання завдання якісного аналізу здійснюються за таким зразком. Нехай треба з'ясувати релігійний склад населення деякого регіону. Віросповідання, тобто належність громадян до будь-яких релігійних конфесій, є *номіналом родової якості.* Для розв'язання завдання треба мати повний перелік усіх віросповідань. У результаті опитування громадян або спостереження за релігійними обрядами необхідно встановити перелік видів релігій, яких дотримувався хоча б один громадянин цього регіону, тобто встановити наявний перелік *видових якостей* у повному переліку існуючих релігій і їх різновидів. При цьому не потрібно виявляти кількісного складу парафіян кожної конфесії.

Фактично *якісний аналіз* — це встановлення *класотворчої основи* (*роду*) і визначення наявних *класів* (*видів*) певної класифікації.

б. Багатомірна класифікація. Складнішим випадком якісного аналізу є багатомірна класифікація. Адже об'єктами соціологічних досліджень є сукупності осіб, які описуються статистичними розподілами багатомірних випадкових величин. Багатомірність статистичних розподілів зумовлена багатоякісністю людини як "речі" у філософському розумінні. Важлива особливість якісного аналізу соціальних множин пов'язана з *багатономінальністю* соціального об'єкта ("речі"): чи то людина, чи контактна група, чи організація, чи соціальний масив.

Багатономінальність об'єкта зумовлює перехресний характер класифікацій, коли один і той же об'єкт є елементом багатономінального класу. Наприклад, кожна людина як суб'єкт соціальних інституцій у сфері політики, економіки, культури, педагогіки, родини, релігії є водночас і громадським працівником, і трудівником, і аматором за інтересами, і студійцем у професійній справі, і сім'янином, і парафіянином.

12.2. КІЛЬКІСНИЙ АНАЛІЗ: ВИМІРЮВАННЯ ЕКСТЕНСИВНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ

Якісний аналіз соціальних статистичних утворень доповнюється кількісним, умовою виконання якого є однаковість якості, а точніше — однаковість ступеня якості. Підрахунок елементарних одиниць у кожному класі одно- та багатомірної класифікації є процедурою *прямого* вимірювання екстенсивної величини. У наведеному прикладі про вивчення складу населення регіону за релігійністю перелік релігійних течій доповнюється ще даними про кількість парафіян кожної конфесії. Статистичні дані, оформлені у вигляді одно- та багатомірних статистичних зведень, — це результати якісного й кількісного аналізів об'єкта досліджень.

Часто результати здійснених класифікацій подають у формі групувань, а графічно — у формі гістограм і полігонів. Наприклад, одномірну класифікацію студентів за факультетами університету можна подати у вигляді табл. 12.1 і графічно — у вигляді гістограми на рис. 12.1.

Таблиця 12.1

Одномірна класифікація

Клас (факультет)	Кількість студентів	
	абсолютна	відносна, %
Математичний	4100	41
Фізичний	1000	10
Біологічний	2900	29
Соціологічний	2000	20
Разом	10000	100

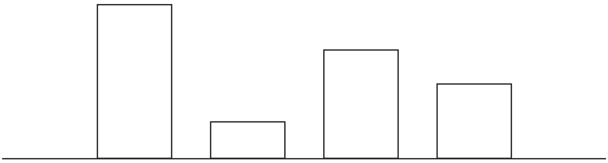


Рис. 12.1

Складніший вигляд мають багатомірні групування. У наведеному прикладі здійснена багатомірна класифікація студентів — студентів університету. Така класифікація потрібна, наприклад, для замовлення бланків відповідних дипломів для студентів університету різного профілю.

Багатомірні якісний і кількісний аналізи здійснюють у соціологічних дослідженнях за показниками соціально-демографічного блоку анкети для забезпечення репрезентативності вибірки (див. табл. 11.1).

Здійснена багатомірна класифікація генеральної сукупності уможливлює відтворення статистичних розподілів опитуваних осіб щодо питань соціологічної анкети на її пропорційно зменшеній моделі — вибірковій сукупності тієї ж розмірності. Вибірковий метод було розглянуто з подвійною метою: по-перше, обгрунтувати вибірку для проведення соціологічного дослідження і, по-друге, проілюструвати методи багатомірних якісного і кількісного аналізів статистичного соціального об'єкта.

12.3. ТИПИ ВИМІРЮВАННЯ ІНТЕНСИВНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ

Особливість і складність вимірювання й числового вираження інтенсивних властивостей у соціальній сфері спричинені тим, що одна їх частина має об'єктивну, а друга — суб'єктивну природу (так само, як і екстенсивні властивості, з яких вони утворені). Незалежно від природи інтенсивні властивості задаються у формі відношень екстенсивних величин (відношень іменованих кардинальних чисел) і у формі ступенів інтенсивності (значень ординальних чисел). Об'єктивні показники, сутність яких полягає в об'єктивному характері спадкоємних потреб людини й матеріальних предметів (цінностей) їх задоволення, мають стійкий характер і піддаються статистичному обліку. Об'єктивна природа таких показників дає змогу виконувати над ними арифметичні операції. З цієї причини об'єктивну інтенсивну величину виразити в явному вигляді у формі відношення екстенсивних величин дуже легко: густота населення регіону $\sigma = n/s$, де n — кількість населення; s — площа території; заробіток працівника за годину $\zeta = z/t$, де z — заробіток за виконану роботу; t — кількість витраченого на виконання роботи часу.

Показники інтенсивних властивостей суб'єктивного характеру для вираження інтенсивності думки (соціальної настанови, переконання) щодо якоїсь проблеми чи інтенсивності почуттів до якогось об'єкта чи явища важко конструювати у формі відношення екстенсивних властивостей, оскільки потрібно фіксувати у співвідношенні і перший, і другий члени суб'єктивного характеру. Наприклад, $\varkappa = k' / k''$, де $\varkappa$ — "концентрація" актів протесту мешканців регіону щодо дії екологічно шкідливого, але побутово необхідного хімічного підприємства; k' — кількість актів протесту; k'' — кількість актів підтримки дії цього підприємства.

Часто, коли важко або неможливо виміряти екстенсивні величини, що є складовими інтенсивної величини, для вимірювання останньої через їх відношення вдаються до вираження цієї інтенсивної величини у формі ступеня інтенсивності методом *оцінювання.* Зазвичай оцінюють показники духовної природи, які є результатом формування параметрів свідомості особистості (духовних потреб, соціальних настанов, сили волі та ін.).

Доступнішим є визначення інтенсивної величини у формі відношення, коли один із членів пропорції є суб'єктивним показником, а інший — об'єктивним, наприклад, відношення екстенсивних показників основного блоку соціологічної анкети, які виражають думку респондентів щодо певних проблем (скажімо, щодо доцільності реформ виховання, організації дозвілля тощо), до показників соціально-демографічного блоку (віку, статі тощо).

Проаналізуємо детальніше особливості кожного типу вимірювань у соціологічних дослідженнях — похідного, опосередкованого й імперативного.

1) Похідне вимірювання

Похідне вимірювання — це вимірювання в точці на шкалі інтенсивності, яке передбачає подання інтенсивної величини у вигляді пропорції екстенсивних величин і обчислення частки від ділення, що є ступенем інтенсивності.

Найпростішою є *інтенсивна величина нульового порядку*. Вона утворюється відношенням будь-якої з множин у суперпозиції множин соціального утворення і однинної множини, якою є саме це утворення. Власне, інтенсивна величина як похідна нульового порядку, що утворена з однієї множини, чисельно дорівнює її розміру з *n* елементарних мір, але виражає ν-й ступінь інтенсивності. Наприклад, у соціологічних опитуваннях будь-яка віднесена до конкретного індивіда множина виражає ступінь його якості: кількість прочитаних лектором лекцій в межах науково-технічної пропаганди виражає водночас ступінь його громадсько-наукової активності; стаж роботи виражає водночас ступінь виробничого досвіду працівника: 10 рокам стажу відповідає *X* ступінь досвідченості роботи в галузі.

Найчастіше використовують *інтенсивну величину першого порядку*, яка утворюється відношенням будь-яких двох множин у суперпозиції множин соціального утворення (соціальної "речі"): відношення кількості прочитаних лектором лекцій до кількості громадян, які відвідали їх, характеризує придатність лектора як пропагандиста науково-технічних знань; відношення кількості прихильників і супротивників певної ініціативи в колективі свідчить про ступінь можливості її, реалізації цим колективом в низці інших колективів. Нагадаємо, що граничне значення відношення приростів двох неперервних величин називається першою похідною у диференціальному численні, і визначення її числового значення суть вимірювання інтенсивної величини в точці.

Однак не завжди показник інтенсивної властивості можна подати явно у вигляді похідної величини і тим самим виконати процедуру похідного вимірювання як обчислення пропорції екстенсивних величин. У такому разі вдаються до методу опосередкованого вимірювання.

2) Опосередковане вимірювання

Опосередковане вимірювання інтенсивної величини базується на пошуку її функціональної залежності від деякої екстенсивної величини або комплексу екстенсивних величин. Значення виміряної екстенсивної величини підставляють у формулу функціональної залежності інтенсивної величини від екстенсивної. Результат обчислення є числовим значенням опосередковано виміряної інтенсивної величини (подібно вимірюванню температури за видовженням ртутного стовпчика).

Для того щоб виявити функціональні залежності між інтенсивними й екстенсивними властивостями, потрібно здійснити соціальні експерименти з метою усунення впливу сторонніх факторів, які вуалюють і спотворюють шукану залежність. Однак через те, що постановка соціальних експериментів потребує ізоляції великих груп людей від впливів соціального середовища і розміщення їх у штучних умовах життєдіяльності, у соціологічних дослідженнях вдаються до статистичного аналізу багатомірних класифікацій. Останні виокремлюють сукупності індивідів з однаковими внутрішніми параметрами й зовнішніми умовами (класи) і потім для цих сукупностей здійснюють пошук статистичних залежностей у формі рівнянь простої та множинної регресій або факторного аналізу. Проте через труднощі постановки експерименту і суб'єктивний характер вимірюваних властивостей індивідів одержані результати експерименту зазвичай не мають всеохоплюючого характеру.

Розглянемо кілька прикладів опосередкованого вимірювання інтенсивних величин у соціально-економічній сфері.

А) Детерміністські функціональні залежності інтенсивних та екстенсивних величин. Через статистичний характер масових явищ у соціологічних дослідженнях рідко використовують *детерміністські* моделі теорії математичного аналізу. Прикладом функціональної залежності інтенсивної величини від екстенсивної у вигляді диференціального рівняння є модель соціальної дифузії, яка відображає поширення в деякій громаді певної ідеї, новації [18, с. 235–250]. Інтенсивною властивістю вважається перша похідна $\eta = dy/dt$, яка відображає приріст прихильників деякої новації за одиницю часу. Ця інтенсивна величина утворена відношенням множини прихильників новації і множини одиниць часу, тобто відношенням екстенсивних величин. Вид функціональної залежності інтенсивної величини швидкості поширення інформації про деяку новацію $y' = dy/dt$ з тією чи іншою екстенсивною величиною залежить від механізму передання такої інформації в соціальному середовищі. З відомих детерміністських моделей, тобто джерельного, контактного і змішаного типів, розглянемо тільки перший.

В основі механізму поширення інформації джерельного типу лежить ідея про те, що новація поширюється в результаті дії деякого постійного джерела пропаганди, який однаковою мірою діє на кожну людину в досліджуваній популяції. При цьому припускаємо, що приріст кількості прихильників у часі пропорційний кількості неприхильників. Іншими словами, за одиницю часу новацією оволодіває одна і та сама частка неприхильників. Отже, процес описується таким диференціальним рівнянням [18, с. 237]:

$$\frac{dy}{dt} = \varphi(n - y),$$

де y — кількість прихильників у даний момент; t — час; φ — коефіцієнт пропорційності, що відображає специфіку дії джерела (або того, якою мірою особи, що належать цій популяції, піддаються впливу джерела); n — загальна чисельність досліджуваної популяції. З позиції теорії кваліметрії становить інтерес не результат інтегрування цього рівняння, а власне це рівняння як формула для опосередкованого вимірювання інтенсивної величини швидкості збільшення кількості прихильників новації шляхом підрахунку екстенсивної кількості неприхильників у даний момент часу, що відлічується від початку ввімкнення джерела, і за даного обсягу популяції. Нагадаємо, що згідно зі спеціальною концепцією кваліметрії перша похідна як неадитивна величина означає ступінь інтенсивності, позначається ординальним числом і вимірюється на ординальній або стратифікаційній шкалі.

У принципі диференціальні рівняння різних порядків виражають функціональні залежності інтенсивних властивостей (похідних) різних порядків від екстенсивних властивостей, і в обрахунку цих похідних полягає суть опосередкованих ординальних (порядкових) вимірювань.

Б) Статистичні залежності інтенсивних й екстенсивних величин. Статистичним характером масових явищ зумовлене використання математичної статистики для визначення взаємозв'язків між їх різними показниками. Інтерес становить статистичний апарат *регресійного* й *факторного* аналізів у двох аспектах: як методів опосередкованого вимірювання одиничного показника інтенсивної властивості за допомогою показників екстенсивних властивостей і як методів побудови комплексного показника інтенсивних властивостей (багатомірне шкалювання).

Для ілюстрації принципу опосередкованого вимірювання одиничного показника інтенсивної властивості (позначеної ординальним числом) за допомогою показників екстенсивних властивостей (позначених кардинальними числами) проаналізуємо зміст регресійного рівняння.

Розглянемо задачу опосередкованого вимірювання кваліфікації робітника з певної спеціальності, що позначається тарифним розрядом: токар *VI* розряду, слюсар *IV* розряду тощо. Відомо, що кваліфікація робітника визначається ступенем якості обробітку деталей виробу, скажімо, чистотою обробленої поверхні або виконанням складного профілю деталі.

При присвоєнні робітнику чергового тарифного розряду експерти у своїх оцінках інтуїтивно спираються на відношення множин, що виражають, скажімо, співвідношення кількості дефектів і кількості бездоганно оброблених елементів. Процедура обчислення такого співвідношення означає операцію похідного вимірювання інтенсивної величини.

Однак насправді спостерігаються складніші випадки, для яких подібні процедури важко виконати, і тоді вдаються до опосередкованого вимірювання кваліфікації шляхом пошуку її функціональної залежності від деякої екстенсивної величини.

У дослідженні чинників, які впливають на підвищення кваліфікації робітників, допускається, що інтенсивний показник кваліфікації x_7 (тарифний розряд) визначається чинником виучки [6, гл. XI]. Останній охоплює низку екстенсивних показників, до яких входять вік x_1 (роки), стаж роботи в галузі x_3 (роки), стаж роботи за спеціальністю x_4 (роки), загальна освіта x_6 (шкільні класи) та ін. Отже, кваліфікація визначається комплексом перелічених показників екстенсивних властивостей, взаємопов'язаних рівнянням множинної регресії. Визначальним у цьому комплексі є показник стажу роботи за спеціальністю.

Наведемо регресійне рівняння, що відображає параболічну залежність середнього значення кваліфікації $\overline{x}_7$ робітників-ливарників від їхнього стажу роботи за спеціальністю x_4:

$$\overline{x}_7 = 0{,}18x_4 - 0{,}01x_4^2 + 2{,}06.$$

З цього рівняння випливає, що робота за спеціальністю в перші роки істотніше впливає на підвищення кваліфікації, ніж робота в наступні роки. Згідно з цим рівнянням робітник з десятирічним стажем досягає рівня кваліфікації між *III* і *IV* розрядами.

Адекватніше кваліфікація визначається за допомогою параболічного рівняння множинної регресії [6, с. 300]:

$$\overline{x}_7 = 0{,}05x_1 - 0{,}00x_1^2 + 0{,}05x_3 - 0{,}00x_3^2 + \\ + 0{,}15x_4 - 0{,}01x_4^2 + 0{,}12x_6 - 0{,}01x_6^2 + 0{,}67.$$

Так, робітники (чоловіки і жінки) у віці $x_1 = 40$ років зі стажем роботи $x_3 = 20$ років, стажем роботи за спеціальністю $x_4 = 10$ років і освітою $x_6 = 10$ класів досягають рівня кваліфікації $\overline{x}_7$, що дорівнює рівню між *III* і *IV* тарифними розрядами. Для чоловіків цей показник дещо вищий.

Розглянуті типи похідного й опосередкованого вимірювань інтенсивних властивостей відображають їх зв'язок з екстенсивними властивостями об'єктивного, переважно соціально-економічного і соціально-демографічного характеру. Для вимірювання суб'єктивних властивостей (соціальні настанови, переконання, естетичні смаки, авторитет, статус, освіта, віра тощо) вдаються до імперативного вимірювання.

3) Імперативне вимірювання

Імперативне вимірювання полягає у безпосередньому визначенні ступенів інтенсивності без явного посилання на екстенсивні величини. Якщо вимірювання відбувається на наперед заданій шкалі, то воно називається *оцінюванням,* а якщо без такої шкали — *ранжуванням.*

α) *Метод оцінювання*. При оцінюванні шкала може бути наперед прокалібрована за допомогою реперних точок або непрокалібрована. Крім того, шкала може бути одно- або біполярною з довільною кількістю градацій. Найпоширеніші однополярна бінарна шкала зі ступенями *0* і *I* (при відповідях на запитання "Ні" чи "Так") та біполярна триступенева шкала зі ступенями *–I*, *0* і *+I* (при відповідях на запитання "Проти", "Утримався" і "За"). Поширені також однополярна триступенева шкала (*I*, *II*, *III* сорт, розряд, категорія, ранг) та семиступенева біполярна шкала, отримана з'єднанням пари триступеневих шкал у нульовій точці. Саме ці шкали відображають ступені порівняння пари спряжених якісних прикметників, яким поставлені у відповідність порядкові числівники зі знаками "+" і "–" (табл. 12.2).

Такі суб'єктивні оцінювальні шкали найчастіше використовують в інструментарії соціологічних досліджень. До цього ж типу імперативного вимірювання належать дванадцятибальна система оцінювання знань учнів у школі і оцінки "відмінно", "добре", "задовільно" і "незадовільно" студентів. У методиках тестування використовують дрібніші шкали: *VII, IX, X, XII, XX, C*-бальні шкали.

β) *Метод ранжування.* Якщо прокалібрувати ординальну шкалу за допомогою реперів неможливо або дуже важко, то оцінюють за

Таблиця 12.2

Шкала ступенів порівняння якісних прикметників	Ступені порівняння спряжених прикметників "сильний — слабий"	Шкала ступенів інтенсивності якості
найвищий	*найсильніший*	*+III*
вищий	*сильніший*	*+II*
звичайний	*сильний*	*+I*
нейтральний	*середній*	*0*
звичайний	*слабий*	*–I*
вищий	*слабіший*	*–II*
найвищий	*найслабіший*	*–III*

допомогою ранжування на шкалі з "плаваючими" поділками. Наприклад, ранжуванням визначають кращого спортсмена року, студентів військових, мистецьких училищ тощо.

Ранжування використане в поширеній методиці тестування "Ціннісні орієнтації" М. Рокича [15]. За цією методикою визначається надання респондентом переваги за ступенем значущості кожній цінності зі списку запропонованих шляхом ранжування. Прийнято ранжувати набори так званих термінальних й інструментальних цінностей, тобто цінностей-цілей і цінностей-засобів. Процедура ранжування полягає в тому, що респонденту пропонуються дві колоди по 18 карток з позначенням таких цінностей. Далі наведено список термінальних цінностей, які респондент повинен проранжувати, поставивши на перше місце цінність, якій він надає найбільшу перевагу в життєдіяльності, на друге — менш важливу цінність і т. д.

Цінності-цілі:

- активне діяльне життя (повнота й емоційна насиченість);
- життєва мудрість (зрілість суджень і здоровий глузд, які досягаються життєвим досвідом);
- здоров'я (фізичне й психічне);
- цікава робота;
- краса природи й мистецтва (переживання прекрасного у природі й мистецтві);
- кохання (духовна й фізична близькість з коханою людиною);
- матеріально забезпечене життя (відсутність матеріальних труднощів);
- наявність вірних друзів;
- громадське визнання (повага оточуючих, колективу, колег);

- пізнання (можливість розширення своєї освіти, кругозору, загальної культури, інтелектуальний розвиток) — продуктивне життя (максимально повне використання своїх можливостей, сил і здібностей);
- розвиток (робота над собою, постійне фізичне й духовне удосконалення);
- розваги (приємне, непереобтяжуване проведення дозвілля, відсутність обов'язків);
- свобода (самостійність, незалежність у судженнях і діях);
- щасливе сімейне життя;
- щастя інших (добробут, розвиток і вдосконалення інших людей, людства загалом);
- творчість (можливість творчої діяльності);
- впевненість у собі (внутрішня гармонія, свобода від внутрішніх суперечностей, сумнівів).

Кожній цінності після ранжування приписується ординальне число розташування респондентом карток від *I* до *XVIII* місця, що й означає визначення показників вимірювання на нерівномірній ординальній, або стратифікаційній, шкалі. Здійснюючи тестування сукупності респондентів, можна класифікувати їх за однаковими ціннісними орієнтаціями.

Типовою задачею імперативного вимірювання є визначення інтенсивності соціальної смислової настанови, яке розглядається далі.

Контрольні питання

1. Що означає родовидова класифікація?
2. Що таке одно- і багатомірна класифікація? Поясніть можливість багатомірної класифікації, виходячи з якісної будови речі.
3. Умова кількісного аналізу одноякісного утворення.
4. Суть вимірювання екстенсивної властивості.
5. Багатомірний якісний і кількісний аналіз.
6. Специфіка об'єктивних і суб'єктивних інтенсивних властивостей. Особливості їх вимірювання.
7. Типи вимірювань інтенсивних властивостей. Особливості їх вимірювання.
8. Суть детерміністської і статистичної моделей опосередкованого вимірювання інтенсивних величин через екстенсивні.
9. Особливості методів оцінювання і ранжування імперативного типу вимірювання інтенсивної властивості.

Розділ 13
ВИМІРЮВАННЯ СОЦІАЛЬНИХ ПОКАЗНИКІВ

13.1. ВИМІРЮВАННЯ РІЗНИХ ПОКАЗНИКІВ У СТАТИСТИЧНОМУ АНАЛІЗІ

Проаналізуємо докладніше методи вимірювання інтенсивних властивостей соціальних об'єктів (соціальних "речей").

Найпростішою і найпоширенішою формою вираження інтенсивної властивості є соціальний індекс у вигляді відношення двох (і більше) екстенсивних величин. Специфічним у соціології є індекс, який виражає відношення деякої екстенсивної величини до кількості індивідів. Подібні індекси виражають ступінь інтенсивності якості, яка припадає на одного середнього індивіда, як ніби то була сукупність тотожних індивідів за певним номіналом якості. Оскільки індивіди не тотожні, то наявне деяке розсіяння значень цієї властивості для сукупності осіб. Як соціальний індекс, що характеризує таку сукупність, беруть середню арифметичну (або середню величину іншого типу): середній вік, середня заробітна плата, середній стаж роботи тощо.

Середня арифметична належить до інтенсивних властивостей першого порядку. Такі інтенсивні величини вимірюють за типом густини; вони визначаються дробом, у знаменнику одиницею є індивід (заробітна плата: грн./інд.; вік: років/інд.; зріст: см/інд.; соціальна активність: соціальних фактів/інд.).

Однак якщо сукупність індивідів зводиться до однієї конкретної людини, то середня арифметична — до показника цієї людини. Такий індекс становить притаманне конкретній людині відношення певної множини деяких властивих їй елементів самої до себе у формі чисельності й у формі одиниці, якою є сама ця людина. Якщо індекс розглядається у формі чисельності, то йдеться про екстенсивну величину, а якщо у формі відношення чисельності до одиниці, показник якого виражає ступінь інтенсивності, то йдеться про інтенсивну величину нульового порядку. Ця особливість подвійного прояву природи множини позначається відповідно кардинальним і ординальним числом, характеризуючи то чисельність у формі екстенсивної величини, то ступінь якості у формі інтенсивної величини. Цю особливість інтенсивної величини *0*-го порядку широко використовують на практиці. Так, оцінка конкретного гімнаста 9 балів (екстенсивна величина) означає *IX* ступінь (інтенсивна величина) його майстерності з-поміж інших гімнастів. Це саме стосується бальних оцінок при тестуванні: кількість балів водночас є ступенем якості особистості.

Зауважимо, що при цьому шкалу попередньо не градують, тобто значення оцінок не порівнюють з реперними точками. Для того щоб уникнути розбіжностей між оцінками експертів, підвищити точність і надійність оцінювання розроблюють спеціальні інструкції для визначення критеріїв кожної оцінки, які відіграють роль реперних точок. Наприклад, фрагмент "Карти особистості" містить блок таких соціально-психологічних показників, які оцінює експерт:

- правдивість;
- чесність;
- самокритичність;
- вимогливість до себе;
- чуйність;
- товариськість;
- приязність;
- почуття власної гідності;
- дисциплінованість.

Заповненню "Карти особистості" передує інструкція щодо критеріїв балів [14]:

5 — названа в карті риса особистості дуже розвинена, яскраво виражена, проявляється часто і в різних видах діяльності, як риса характеру;

4 — помітно виражена, але проявляється не постійно, хоча протилежна їй риса проявляється дуже рідко;

3 — вона і протилежна їй риса особистості виражені не різко і у проявах врівноважують одна одну, хоча обидві проявляються нечасто;

2 — помітно більш виражена і частіше проявляється протилежна названій риса особистості;

1 — протилежна названій риса особистості проявляється часто і в різних видах діяльності як риса характеру;

0 — той, хто заповнює карту, не має відомостей для оцінки тієї чи іншої риси.

За відповідними оцінками у формі ординальних чисел стратифікують той чи інший контингент осіб.

13.2 АНАЛІЗ ОДНОМІРНИХ СТАТИСТИЧНИХ РОЗПОДІЛІВ. ПЕРЕВІРКА СТАТИСТИЧНИХ ГІПОТЕЗ

Найчастіше аналіз одномірних статистичних розподілів за кожним із формалізованих питань соціологічної анкети, які відповідають екстенсивним й інтенсивним властивостям об’єкта, передбачає перевірку трьох статистичних гіпотез:

- про вид або закон розподілу генеральної сукупності індивідів за допомогою критерію погодження X^2 “хі-квадрат” (див. дод. 3);
- про відповідність вибіркової середньої арифметичної середній генеральної сукупності за допомогою критерію значущості Z (див. дод. 2) або T (див. дод. 4);
- про відповідність вибіркової дисперсії гіпотетичній генеральній за допомогою критерію значущості X^2 “хі-квадрат” (див. дод. 3) для встановлення ступеня однорідності (розсіяння) сукупності.

Перевірка статистичної гіпотези охоплює такі етапи:

1. Вибір рівня значущості ε і довірчої ймовірності $\gamma = 1 - \varepsilon$.
2. Визначення критичного значення статистичних характеристик $\chi^2_{кр}$, $z_{кр}$ або $t_{кр}$ і, отже, критичної області її значень за таблицями для цих критеріїв.
3. Обчислення емпіричних величин відповідних статистичних характеристик $\chi^2_е$, $z_е$ або $t_е$ для певної вибірки.
4. Порівняння статистичних характеристик $\chi^2_е$, $z_е$, $t_е$ і $\chi^2_{кр}$, $z_{кр}$, $t_{кр}$: якщо емпіричні значення потрапляють до критичної області, то гіпотезу відхиляють, а якщо в область допустимих значень, то гіпотезу приймають.

Побудові статистичних характеристик χ^2, z, t, що необхідні для перевірки статистичних гіпотез, передує аналіз статистичних таблиць з результатами опитування вибіркової сукупності. Етапи аналізу:

1. Побудова одномірних розподілів у вигляді таблиць і графіків.

2. Складання таблиць емпірично виміряних і теоретично розрахованих частот згідно з гіпотетичним законом, наприклад нормальним (див. дод. 1).
3. Визначення параметрів розподілів — часток w_1 і дисперсій $w_0 w_1$ для дихотомічних питань анкети, а також середніх $\overline{x}$ і дисперсій σ^2 для запитань анкети з числовими шкалами (а ще мод *Mo* і медіан *Me* для запитань з нерівномірними ординальними шкалами).
4. Визначення граничних помилок Δ для часток w і середніх $\overline{x}$ виходячи з необхідної надійності γ (див. дод. 2 або 4).

Оцінимо генеральну середню a за вибірковою середньою $\overline{x}$ і генеральну дисперсію α^2 за вибірковою дисперсією σ^2, визначимо їх довірчі інтервали Δ і перевіримо статистичні гіпотези.

а) Статистичний розподіл індивідів на дихотомічній стратифікаційній (ординальній) шкалі інтенсивної властивості

Проаналізуємо спочатку найпростіший розподіл індивідів, якому відповідає дихотомічне запитання з варіантами відповідей “Так” і “Ні”. Нехай досліджується група студентів — випускників вузу. Проаналізуємо їх відповіді на запитання “Чи визначились Ви з місцем роботи?”.

Зауважимо, що з позиції кваліметрії це дихотомічне запитання є згорнутою шкалою інтенсивної властивості, на якій не фіксуються проміжні значення ступенів інтенсивності (наприклад, “не визначився”, “не задумувався”, “визначився частково”, “цілком визначився”), а фіксується лише наявність або відсутність цієї ознаки.

За формою найпростішим запитанням є дихотомічне. Усі три види гіпотез — про вид розподілу, про значення середньої арифметичної і дисперсії — зводяться для цього запитання в одній гіпотезі — про частоту w_1 відповідей “Так”, бо тим самим визначаються вид розподілу (знаючи частку відповідей “Так”, знаємо частку відповідей “Ні” ($w_0 = 1 - w_1$); середнє арифметичне значення як тотожно рівне частці $\overline{x} \equiv w_1$; дисперсія $\sigma^2 = w_1 w_0 = w_1(1 - w_1)$).

Нехай дані про відповіді студентів на запитання “Чи визначились Ви з місцем роботи?” задані у вигляді табл. 13.1 і відображені графічно гістограмою (рис. 13.1).

Необхідно оцінити невідому частоту (середнє генеральне для дихотомічного питання) $w_г$, тотожно рівну гіпотетичній ймовірності p тих, що відповіли “Так” на запитання, по точковій частоті (вибір-

Таблиця 13.1

x_i	"Ні" ($i = 0$)	"Так" ($i = 1$)
n_i	90	110
w_i	0,45	0,55
Гіпотетична p	0,5	0,5

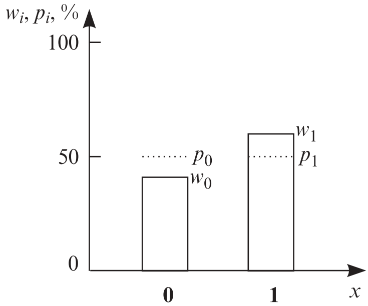


Рис. 13.1

ковій середній) w_1 при невідомій генеральній дисперсії α^2 і знайти довірчий інтервал Δ як граничну помилку вибірки з довірчою ймовірністю (надійністю) $P(t) = \gamma$.

Нехай за результатами опитування вибіркової сукупності $n = 200$ випускників вузу з генеральної сукупності $N = 600$ випускників частка осіб, що визначились з місцем роботи по закінченні вузу, дорівнює $w_1 = 0{,}55 = 55$ %. Приймемо невідому дисперсію генеральної сукупності $\alpha^2 = pq$ максимальною, що відповідає рівному розподілу відповідей "Так" і "Ні": $p = q = 0{,}5 = 50$ %, а саме:

$$\alpha^2 = pq = 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25.$$

Отже, маємо всі показники для розрахунку граничної помилки вибірки Δ за формулою (3.8):

$$\Delta = t\mu,$$

де t — кратність середньої помилка вибірки, що є аргументом табульованої функції нормального розподілу $\Phi\,(t)$;

$$P(|\overline{x} - a| < \Delta) = P(|\overline{x} - a| < t\mu) = P(|\overline{x} - a| < \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}) = 2\Phi(t) = \gamma.$$

Підставивши параметри дихотомічного розподілу $\overline{x} = w_1$, $a = p$ і $\alpha^2 = pq$, одержимо

$$P(|w_1 - p| < t\mu) = P(|w_1 - p| < t\frac{pq}{\sqrt{n}}) = 2\Phi(t) = \gamma.$$

Виходячи із заданої надійності $\gamma = 0{,}95$ як значення цієї функції, знаходимо з таблиці функції Лапласа (див. дод. 2) для $\Phi(t) = \gamma/2 = 0{,}95/2 = 0{,}475$ значення $t = 1{,}96 \approx 2$.

За формулою (3.7″) знаходимо середню помилку вибірки μ для безповторної вибірки:

$$\mu = \sqrt{\frac{\alpha^2}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{0{,}25}{200}\left(1 - \frac{200}{600}\right)} = 0{,}029 = 2{,}9\ \%,$$

а потім за формулою (3.8) знаходимо граничну помилку вибірки, або довірчий інтервал Δ:

$$\Delta = t\mu = 2 \cdot 0{,}029 = 0{,}058 = 5{,}8\ \%.$$

Остаточно інтервальна оцінка частки студентів, що вирішили питання про працевлаштування, дорівнює:

$$w_1 \pm \Delta = 0{,}55 \pm 0{,}058 = 55\ \% \pm 5{,}8\ \%.$$

Тобто гіпотетичне значення частоти відповідей "Так" $w_г = p$ генеральної сукупності покривається довірчим інтервалом $\pm\Delta$, а саме:

$$(w_1 - \Delta < w_г < (w_1 + \Delta);$$

$$(55\ \% - 5{,}8\ \%) < (w_г = 50\ \%) < (55\ \% + 5{,}8\ \%).$$

Відхилення вибіркового значення тих, що відповіли "Так", від гіпотетичного, що дорівнює $\Delta w = w_1 - p = 55\ \% - 50\ \% = 5\ \%$, не перевищує помилку вибірки $\Delta = 5{,}8\ \%$, що свідчить про те, що більша від очікуваної (гіпотетичної) кількість випускників вузу заздалегідь подбала про своє працевлаштування. Зауважимо, що якби було аргументовано гіпотезу про іншу частку відповідей "Так" про працевлаштування випускників вузу, скажімо, $p = 60\ \%$, то різниця $\Delta w = 10\ \%$, перевищила б помилку вибірки $\Delta = 5{,}8\ \%$, що вказувало б на невипадковість розбіжності між оцінковим і гіпотетичним значеннями часток w_1 і p.

Перевіримо *статистичну гіпотезу* про *гіпотетичне значення частки* випускників вузу 50 %, що вирішили питання з працевлаштуванням, тобто що за гіпотезою $p = 0{,}5 = 50\ \%$. Перевіримо основну гіпотезу $w_г = p$ при конкуруючій гіпотезі $w_г > p$, задавшись довірчою ймовірністю $\gamma = 0{,}95$ і відповідно рівнем значущості $\varepsilon = 0{,}05$.

Порівнюючи точкову оцінку $w_1 = 0{,}55 = 55\ \%$ в результаті опитування вибіркової сукупності випускників з гіпотетичним значенням

$p = 0{,}5 = 50$ %, задамося питанням, чи розбіжність у 5 % значуща (невипадкова) чи незначуща (випадкова) за рахунок помилки вибірки?

Щоб дати відповідь, порівняємо емпіричне і критичне значення статистичної характеристики z (4.3′).

При конкуруючій гіпотезі $w_г > p$ визначимо $z_{кр}$ для правосторонньої критичної області, скориставшись таблицею функції Лапласа (див. дод. 2) для довірчої ймовірності $\gamma = 1 - \varepsilon = 0{,}95$:

$$\left| z_{кр} \left\{ \mathrm{P} = \frac{1}{2} - \varepsilon = 0{,}45 \right\} \right| = 1{,}65.$$

Знайдемо емпіричне значення статистичної характеристики z_e (4.3′) для показника частки:

$$z_е = \sqrt{n}\,\frac{|w_1 - p|}{\sqrt{w_0 w_1}} = \sqrt{200}\,\frac{|0{,}55 - 0{,}5|}{\sqrt{0{,}45 \cdot 0{,}55}} \approx 1{,}4.$$

Порівнюючи $z_е$ і $z_{кр}$, бачимо, що

$$(z_е = 1{,}4) < (z_{кр} = 1{,}65),$$

тобто $z_е$ попало в область допустимих значень. Звідси випливає статистичний висновок про те, що гіпотеза про значення $w_г = p = 0{,}5$ приймається.

Прийнявши гіпотезу з ймовірністю 0,05, можна зробити помилку другого роду, якщо виявиться, що вона неправильна (див. табл. 4.1). Але в 95 % випадків подібних вибірок випускників вузу гіпотеза приймається, тобто стверджується, що з високою ймовірністю за результатами дослідження соціологічної проблеми за цим показником немає.

б) Статистичний розподіл індивідів на стратифікаційній (ординальній) шкалі інтенсивної властивості

Проаналізуємо розподіл студентів освітянського закладу на шкалі інтенсивної властивості, якій відповідає запитання соціологічної анкети “Як Ви оцінюєте свій рівень знань?”. Рівень знань студенти оцінюють самостійно за п’ятибальною шкалою.

Перевіримо три статистичні гіпотези з цього питання про нормальний закон розподілу студентів за рівнем знань і про значення його параметрів: середньої арифметичної $\bar{x}_н = 3{,}5$ бала і дисперсії $\sigma_н^2 = 1$ бала^2. Альтернативними гіпотезами є заперечення кожного з цих припущень: $\bar{x}_н \neq 3{,}5$ і $\sigma_н^2 \neq 1$. Порядок перевірки гіпотез такий: про середню, дисперсію і закон розподілу, оскільки для перевірки останнього використаємо емпіричні оцінки параметрів $\bar{x}$ і σ^2.

Для всіх гіпотез вибираємо рівень значущості $\varepsilon = 0{,}05$.

Емпіричні дані опитування n = 200 випускників вузу про оцінювання своїх знань наведені в табл. 13.2. На основі цих даних будуємо графік полігона (рис. 13.2).

Таблиця 13.2

x_i	1	2	3	4	5
n_i	12	48	80	52	8
w_i	0,06	0,24	0,40	0,26	0,04
x_i'	−2,10	−1,05	0	+1,05	+2,10
p_i	0,04	0,23	0,40	0,23	0,04
np_i	9	49	84	49	9

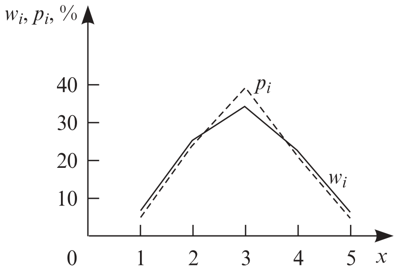


Рис. 13.2

Для перевірки основної гіпотези про значення середньої $\bar{x}_{\text{г}} = 3{,}5$ бала при конкуруючій $\bar{x}_{\text{г}} \neq 3{,}5$ бала визначимо двосторонню критичну область статистичної характеристики t (4.3) (див. дод. 4) для функції (4.10):

$$t_{\text{кр}}\{\varepsilon(\nu = 4) = 0{,}05\} = 2{,}78 \approx 2{,}8.$$

Для визначення $t_{\text{е}}$ обчислимо такі показники. Емпірична середня (2.3):

$$\bar{x} = \frac{1}{200}(1\cdot 12 + 2\cdot 48 + 3\cdot 80 + 4\cdot 52 + 5\cdot 8) \approx 3.$$

Середня помилка вибірки (3.7″):

$$\mu = \sqrt{\frac{a^2}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{1}{200}\left(1 - \frac{200}{600}\right)} = 0{,}06.$$

Гранична помилка вибірки Δ (3.8) для $t\{\gamma(\nu = 4) = 0{,}95\} \approx 2{,}8$ (дод. 5)

$$\Delta = t\mu = 2{,}8 \cdot 0{,}06 = 0{,}17,$$

що становить 5,7 % середньої.

Емпіричне значення статистичної характеристики

$$t_е = \frac{\bar{x}_г - \bar{x}}{\mu} = \frac{3{,}5 - 3{,}0}{0{,}06} \approx 8{,}3.$$

Оскільки

$$(t_е = 8{,}3) > (t_{кр} = 2{,}8),$$

тобто $t_е$ потрапило у праву критичну область, то звідси випливає статистичний висновок: гіпотезу про значення середньої $\bar{x}_г = 3{,}5$ бала відхиляємо і приймаємо альтернативну гіпотезу про те, що $\bar{x}_г \neq 3{,}5$. Прийнявши таке рішення, з ймовірністю 0,05 можна допустити помилку першого роду, якщо виявиться, що справедлива саме основна гіпотеза (див. табл. 4.1).

Порівнюючи точкову оцінку середньої $\bar{x} = 3{,}0$ бала з гіпотетичним значенням $\bar{x}_г = 3{,}5$, бачимо, що різниця між ними $\Delta\bar{x} = 0{,}5$ бала істотно перевищує помилку вибірки $\Delta = 0{,}17$ бала і $\bar{x}_г$ не попадає в довірчий інтервал ± Δ, тобто інтервальна оцінка середньої $\bar{x} \pm \Delta$ не охоплює $\bar{x}_г$:

$$(\bar{x}_г = 3{,}5) > (\bar{x} \pm \Delta = 3{,}0 \pm 0{,}17).$$

Отже, проаналізувавши це питання, доходимо висновку, що середній рівень знань студентів за їх самооцінками нижче очікуваного гіпотетичного значення, і з цього питання існує соціологічна проблема.

Для перевірки другої основної гіпотези про те, що дисперсія $\sigma_г^2 = 1$ при конкуруючій гіпотезі $\sigma_г^2 \neq 1$, визначимо критичну точку статистичної характеристики χ^2 (4.4) для функції (4.8′), (4.8″) (див. дод. 3):

$$\chi^2_{кр}\ \{\varepsilon\ (\nu = 4) = 0{,}05\} = 9{,}5,$$

де кількість ступенів свободи $\nu = k - 1 = 5 - 1 = 4$, k — кількість інтервалів на шкалі x (див. с. 57).

Для визначення $\chi^2_е$ обчислимо такі показники. Точкова оцінка дисперсії (2.4)

$$\sigma^2 = \frac{1}{200}[(1-3)^2 \cdot 12 + (2-3)^2 \cdot 48 + (3-3)^2 \cdot 80 + (4-3)^2 \cdot 52 + (5-3)^2 \cdot 8] = 0{,}9$$

і середнє квадратичне відхилення

$$\sigma^2 = \pm\sqrt{0{,}9} = \pm 0{,}95.$$

Обчислимо емпіричне значення статистичної характеристики $\chi^2_е$ для випадку $\nu = 4$ ступенів свободи

$$\chi^2_е = \nu \frac{\sigma^2}{\sigma^2_г} = 4\frac{0{,}9}{1{,}0} = 3{,}6.$$

Оскільки

$$(\chi^2_е = 3{,}6) < (\chi^2_{кр} = 9{,}5),$$

то $\chi^2_е$ попало в область допустимих значень, звідки випливає статистичний висновок про те, що гіпотеза про дисперсію $\sigma^2_г = 1$ приймається. Якщо ж це рішення невірне і справедлива відхилена альтернативна гіпотеза, то тим самим вчинена помилка другого роду (див. табл. 4.1).

Отже, розсіяння студентів за рівнем знань, вимірюване середнім квадратичним відхиленням (дисперсія мала), відносно середньої арифметичної знаходиться в межах очікуваного гіпотетичного значення, хоча сама середня, як визначено вище, знаходиться поза областю прийняття гіпотези.

Нарешті, перевіримо останню основну гіпотезу про очікуваний закон нормального розподілу студентів за рівнем знань при конкуруючій гіпотезі, що цей закон не має місця. Для цього визначимо критичну область статистичної характеристики χ^2 (4.2) для функцій (4.8′), (4.8″) (див. дод. 3):

$$\chi^2_{кр}\,\{\varepsilon\,(\nu = 2) = 0{,}05\} = 6,$$

де кількість ступенів свободи $\nu = k - s = 5 - 3 = 2$, k – кількість інтервалів на шкалі x, s – кількість співвідношень, які пов'язують k груп значень x_i (див. с. 58).

Для обчислення емпіричного значення статистичної характеристики $\chi^2_е$ необхідно попередньо обчислити теоретичні частоти функції нормального розподілу $p(x, \bar{x}, \sigma^2)$. Використовуючи емпіричні значення параметрів $\bar{x}$ і σ^2, визначимо нову шкалу рівня знань в нормованих змінних x'_i (2.8), а потім за таблицею для функції Лапласа (див. дод. 1) для кожного значення x'_i визначимо ординати нормального розподілу p_i і обчислимо теоретичні частоти np_i. На основі даних табл. 4.6 обчислимо емпіричні значення $\chi^2_е$:

$$\chi^2_е = \frac{(12-9)^2}{9} + \frac{(48-49)^2}{49} + \frac{(80-84)^2}{84} + \frac{(52-49)^2}{49} + \frac{(8-9)^2}{9} = 1{,}5.$$

Оскільки

$$(\chi^2_е = 1{,}5) < (\chi^2_{кр} = 6),$$

то χ_e^2 попало в область допустимих значень (незаштрихована на рис. 4.1), звідки випливає статистичний висновок про те, що розбіжність між емпіричними і теоретичними частотами з довірчою ймовірністю $\gamma = 0{,}95$ незначуща і, отже, гіпотеза про нормальний розподіл студентів за рівнем знань приймається. Якщо ж виявиться, що справедлива альтернативна гіпотеза, що можливо в 5 % випадків реалізації вибірок, то тим самим буде вчинена помилка другого роду (див. табл. 4.1).

Контрольні питання

1. Що означає показник інтенсивної властивості у формі соціального індексу?
2. У чому полягає аналіз одномірних статистичних розподілів інтенсивної властивості:
   - на дихотомічній шкалі,
   - на стратифікаційній (ординальній) шкалі.
3. Перевірка статистичних гіпотез про оцінки параметрів і законів статистичних розподілів.

Розділ 14

КОЕФІЦІЄНТИ ЗВ'ЯЗКУ

Часто у програмі соціологічного дослідження міститься гіпотеза про зв'язки різних властивостей. З'ясування ступеня інтенсивності цих зв'язків дає ключ до розуміння природи досліджуваного явища, сутності його властивостей, їх взаємовпливу і взаємозумовленості. Процес пізнання складного явища полягає в тому, що його по можливості розкладають на окремі компоненти, кожний з яких вивчають окремо і у взаємозв'язку, що дає інтегровану картину розглядуваного явища. Статистичний об'єкт як складне утворення описується законом розподілу ймовірностей багатомірної ВВ $(X_1, X_2, \ldots, X_m)$, яка в загальному випадку не є простою сумою розподілів окремих ВВ X_i, як це було б в окремому випадку незалежних властивостей X_i, а внаслідок їх залежності описується функцією розподілу багатомірної ВВ $(X_1, X_2, \ldots, X_m)$. У цьому зв'язку постає питання про взаємовплив різних пар властивостей (X_i, X_j).

У загальному випадку існують два види залежностей між властивостями: функціональні та статистичні.

За функціональної залежності одній властивості однозначно відповідає одне або кілька значень другої. Функціональні залежності відомі з фізики. Наприклад, закон Ньютона про залежність між силою дії F і прискоренням a тіла з масою m: $F = ma$; закон Ома про залежність між напругою U і силою струму I у провіднику з опором R: $U = IR$.

За статистичної залежності певному значенню однієї властивості відповідає множина значень іншої властивості у вигляді статистичного розподілу. Наприклад, 10 розв'язаним задачам студента на семінарах не обов'язково відповідає рівень знань, скажімо, точно 4 бали (IV ступінь успішності). Але загалом спостерігається тенденція, згідно з якою більшій кількості розв'язаних студентами задач відповідає вищий їх рівень знань. В окремому випадку статистичну залежність, при якій зміна однієї властивості тягне за собою зміну середніх арифметичних значень умовних розподілів другої властивості, називають *кореляційною* залежністю.

Існує два способи визначення густоти статистичного зв'язку між змінними величинами: за допомогою коефіцієнта *взаємної спряженості*, в основі якого лежить показник спряження χ^2 між розподілами двох властивостей, і коефіцієнта *кореляції*, в основі якого лежить так званий змішаний момент $\sum a_{ij} b_{ij}$, де a_{ij}, b_{ij} — величини деякого розсіяння властивостей x і y елементів досліджуваної сукупності [7, с. 27]. Згідно з першим способом вимірюють спряження умовних розподілів як випадкових величин, так і випадкових подій. Тому для розрахунку коефіцієнта взаємної спряженості не потрібне числове калібрування шкал і поряд з числовими шкалами екстенсивних й інтенсивних величин можна використовувати також номінальну шкалу, наприклад, розподілу індивідів за спеціальностями. Різна розстановка спеціальностей на номінальній шкалі не впливає на значення коефіцієнта спряженості, оскільки у формулі (14.2) не використовуються числові значення x_i і y_j міток на шкалах цих властивостей. На противагу цьому розрахунок коефіцієнта кореляції грунтується на вимірюванні розсіяння саме числових значень x_i і y_j на шкалах випадкових величин X і Y біля середніх значень $\bar{x}$ і $\bar{y}$, і щоб виконати цей розрахунок, потрібні числові шкали — пропорційна ординальна або у крайньому разі рангова ординальна. Коефіцієнт парної кореляції r пропорційний коефіцієнту регресії ρ у лінійному рівнянні регресії (15.3) і його значення свідчить про близькість залежності властивостей x і y до функціональної і, отже, про ступінь інтенсивності їх зв'язку. Слаба кореляція властивостей, тобто слаба "чутливість" однієї властивості до змін іншої через її "недостатню реакцію" (тільки в середньому), зумовлює малу величину коефіцієнта регресії і, отже, слабку "керованість" однієї властивості шляхом зміни іншої.

Отже, природа коефіцієнтів спряженості та кореляції різна, тому їх числові значення можуть істотно різнитись. Обидва ці коефіцієнти породжують сім'ї споріднених коефіцієнтів, які визначаються залежно від типів шкал і способів вимірювання властивостей.

14.1. КОЕФІЦІЄНТИ ВЗАЄМНОЇ СПРЯЖЕНОСТІ

В основі коефіцієнтів взаємної спряженості двох властивостей лежить така сама ідея, що й в основі критерію погодження χ^2 (див. розд. 4.2), тільки призначення критерію погодження полягає у визначенні ступеня збіжності (погодження) емпіричного й теоретичного розподілів ВВ X за допомогою формули χ^2 (4.2), а призначення коефіцієнта взаємної спряженості полягає у визначенні ступеня збіжності (спряженості) емпіричних умовних розподілів ВВ $(X\,|\,Y)$ при різних значеннях y_j з безумовним розподілом ВВ X так само за формулою χ^2.

Пояснимо суть статистичної залежності на прикладі зв'язку між властивостями x і y, що відповідають питанням соціологічної анкети "Скільки задач зі спецкурсу Ви розв'язали?" і "Чи застосовували Ви одержані за спеціальністю знання під час виробничої практики?". Потрібно встановити, чи є зв'язок між набутими студентами знаннями за спеціальністю і потребами виробництва щодо застосування цих знань на практиці.

Припустимо, що в результаті соціологічного опитування 200 студентів-практикантів одержано двомірний розподіл ВВ (X, Y), поданий у вигляді табл. 14.1 (підсумковий стовпчик $n_{\cdot j}$ і рядок $n_{\cdot i}$ відображають одномірні розподіли ВВ X і ВВ Y).

Таблиця 14.1

y \ x	1	4	7	10	$n_{\cdot j}$
0	20	40	20	0	40
1	30	0	60	30	160
$n_{\cdot i}$	50	40	80	30	200

Зауважимо, що перше запитання виражає екстенсивну величину кількості розв'язаних задач, яка визначається на прокаліброваній інтервальній шкалі через кожні три одиниці: 0–2; 3–5; 6–8; 9–11. Якщо вимірювана величина потрапляє в певний інтервал, то значення x_i є центром i-го інтервалу в точках відповідно 1; 4; 7; 10.

За другим запитанням з дихотомічною шкалою з варіантами відповідей "Так" (1) і "Ні" (0) за результатами опитування студенти розподілились на дві групи щодо використання фахових знань під час виробничої практики. Кожній групі відповідають умовні розподіли відносних частот студентів $w(x|y_j)$ щодо кількості розв'язаних задач зі спецкурсу (табл. 14.2).

Таблиця 14.2

w	$y \backslash x$	1	4	7	10	Σ
$w(x\|y_0)$	0	0,25	0,50	0,25	0,00	1
$w(x\|y_1)$	1	0,25	0,00	0,50	0,25	1
$w(x)$		0,25	0,20	0,40	0,15	1

Умовні розподіли $w(x|y_0)$ і $w(x|y_1)$ для розглядуваних двох груп різняться, причому в першій групі — менш успішні студенти, у другій — більш успішні. Отже, наявна залежність між успішністю студентів (кількістю розв'язаних задач) і їх здатністю використовувати здобуті знання у виробничій практиці ($\chi^2 > 0$). Щоб визначити величину цієї залежності, обчислюємо χ^2, причому як емпіричний розподіл вибираємо j-й умовний розподіл відносних частот $w(x|y_j)$, а як теоретичний, з яким порівнюється емпіричний розподіл, — безумовний розподіл $w(x)$:

$$\chi_j^2 = \sum \frac{(w_{ij} - w_{i\cdot})^2}{w_{i\cdot}}. \tag{14.1}$$

Підсумовуємо кожне χ_j^2 зі статистичною вагою, що дорівнює абсолютній частоті в розподілі ВВ Y (див. табл. 14.1):

$$\chi^2 = \sum^l n_{\cdot j} \chi_j^2 = \sum^l n_{\cdot j} \sum^k \frac{(w_{ij} - w_{i\cdot})^2}{w_{i\cdot}}, \tag{14.2}$$

де l, k — кількість інтервалів на шкалах властивостей x і y.

На основі даних табл. 14.1 і 14.2 обчислюємо значення χ^2:

$$\chi^2 = 80\left[\frac{(0{,}25-0{,}25)^2}{0{,}25} + \frac{(0{,}50-0{,}20)^2}{0{,}20} + \frac{(0{,}25-0{,}40)^2}{0{,}40} + \frac{(0{,}00-0{,}15)^2}{0{,}15}\right] +$$
$$+120\left[\frac{(0{,}25-0{,}25)^2}{0{,}25} + \frac{(0{,}00-0{,}20)^2}{0{,}20} + \frac{(0{,}50-0{,}40)^2}{0{,}40} + \frac{(0{,}25-0{,}15)^2}{0{,}15}\right] \approx 87.$$

Як бачимо з формули (14.2), що більший опитуваний масив, тобто що більше значення $n_{\cdot j}$ ($j = 1, \ldots, l$), то більше значення χ^2, а це означає, що χ^2 залежить від n і не є нормованою величиною тісноти зв'язку. Коефіцієнт зв'язку між властивостями не повинен залежати від кількості опитуваних осіб і має перебувати в межах від нуля до одиниці. У соціологічних дослідженнях використовують два коефіцієнти взаємної спряженості, що задовольняють ці вимоги: *коефіцієнт Пірсона*

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{n + \chi^2}} \qquad (14.3)$$

і *коефіцієнт Чупрова*

$$K = \sqrt{\frac{\chi^2}{n(k-1)(l-1)}}, \qquad (14.4)$$

де $(k-1)(l-1) = \nu$ — кількість ступенів свободи (у загальному випадку $\nu = (k-s)(l-s')$, див. с. 57).

Мінімальне значення кожного з цих коефіцієнтів дорівнює нулю, якщо $\chi^2 = 0$, тобто коли умовні розподіли ВВ $(X|Y)$ для кожного y_j однакові, що виражає факт незалежності ВВ X від ВВ Y.

Максимальне значення кожного з цих коефіцієнтів дорівнює одиниці. Цей результат буде тоді, коли чисельник підкорінного дробу дорівнює знаменнику, тобто якщо значення χ^2 істотно перевищує n або якщо повністю розузгоджені кожний з умовних розподілів $w(x|y)$ з безумовним розподілом $w(x)$, що означає істотну залежність умовних розподілів ВВ $(X|Y)$ від значень y_j ВВ Y.

Хоча коефіцієнти Пірсона і Чупрова відображають одне й те саме явище, вони не рівні у загальному випадку. Рівність їх ($C = K$), а отже, рівність правих частин у формулах (14.3) і (14.4) спостерігається тільки за умови, що $n(\nu - 1) = \chi^2$, тобто коли χ^2 перевищує кількість опитаних осіб n в число ступенів свободи ν без одиниці, що практично не буває. Якщо ж n значно перевищує χ^2, то останнім у знаменнику виразу (14.3) можна знехтувати, і після скорочення дробу дістаємо співвідношення, згідно з яким коефіцієнт Пірсона перевищує коефіцієнт Чупрова в квадратний корінь з числа ступенів свободи:

$$\frac{C}{K} = \sqrt{\nu}. \qquad (14.5)$$

Обчислимо значення коефіцієнтів взаємної спряженості властивості x щодо кількості розв'язаних задач, яка визначає успішність студентів, і властивості y щодо використання здобутих знань під час виробничої практики, підставивши обчислене значення χ^2 у формули (14.3) і (14.4):

$$C = \sqrt{\frac{87}{200 + 87}} = 0{,}55;$$

$$K = \sqrt{\frac{87}{200(4-1)(2-1)}} = 0{,}38.$$

Одержані результати надто приблизно задовольняють співвідношення (14.5):

$$\left[\frac{C}{K} = \frac{0{,}55}{0{,}38} = 1{,}45\right] \approx \left[\sqrt{\nu} = \sqrt{(4-1)(2-1)} = 1{,}73\right].$$

Перевіримо статистичну гіпотезу про зв'язок між цими властивостями. Як основну висуваємо гіпотезу про те, що коефіцієнти C і K дорівнюють нулю, за альтернативної гіпотези, що вони не дорівнюють нулю.

Задамося рівнем значущості ε = 0,05. Скориставшись таблицею для функції $\Phi(\chi^2)$ (4.8″) (див. дод. 3), визначимо критичне значення $\chi^2_{кр}$ для числа ступенів свободи $\nu = (k - 1)\,(l - 1) = (4 - 1)\,(2 - 1) = 3$:

$$\chi^2_{кр}[\varepsilon(\nu = 3) = 0{,}05] = 7{,}8.$$

Емпіричне значення статистичної характеристики обчислено за формулою (14.2): $\chi^2_е = 87$. Із нерівності

$$(\chi^2_е = 87) > (\chi^2_{кр} = 7{,}8)$$

випливає, що $\chi^2_е$ потрапило у критичну область. Отже, розбіжність частот умовних розподілів $w(x|y_j)$ з безумовним розподілом $w(x)$ (табл. 14.2) значуща, і основну гіпотезу про незалежність властивостей x і y відхиляємо, а приймаємо альтернативну гіпотезу про те, що зв'язок між цими властивостями з імовірністю $\gamma = 0{,}95$ існує.

Формулу для обчислення коефіцієнта взаємної спряженості Чупрова використовують також для визначення зв'язку між двома дихотомічними властивостями. Спільний розподіл двох дихотомічних властивостей x і y наведено в табл. 14.3.

Таблиця 14.3

y \ x	"Ні"	"Так"	Σ
"Ні"	a	b	$a + b$
"Так"	c	d	$c + d$
Σ	$a + c$	$b + d$	n

У табл. 14.3 літерами a, b, c, d позначено абсолютні частоти двомірного розподілу, а їх суми по рядках і стовпцях означають абсолютні частоти одномірних розподілів сукупності за властивостями x і y. Якщо в цих позначеннях виразити значення χ^2 і підставити його у формулу коефіцієнта Чупрова (14.4), то з урахуванням того, що для $k = l = 2$ число ступенів свободи $\nu = (k - 1)\ (l - 1) = (2 - 1)\ (2 - 1) = 1$, одержимо вираз для визначення коефіцієнта взаємної спряженості двох дихотомічних властивостей, який називається *коефіцієнтом асоціації*:

$$A = \sqrt{\frac{\chi^2}{n}} = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}. \qquad (14.6)$$

Зазначимо, що знаменник береться за абсолютною величиною і знак коефіцієнта асоціації A визначається знаком чисельника.

Обчислимо коефіцієнт асоціації двох властивостей, одна з яких, а саме x, відповідає дихотомічному запитанню анкети “Чи застосовували Ви одержані за спеціальністю знання під час виробничої практики?”, а друга, а саме y, відповідає дихотомічному запитанню “Чи визначились Ви з місцем роботи?”. Абсолютні частоти за цими запитаннями подані в табл. 14.4.

Таблиця 14.4

y \ x	“Ні”	“Так”	Σ
“Ні”	36	4	40
“Так”	64	96	160
Σ	100	100	200

Підставляючи відповідні значення абсолютних частот у формулу (14.6), дістаємо

$$A = \frac{36 \cdot 96 - 4 \cdot 64}{\sqrt{(36+4)(64+96)(36+64)(4+96)}} = 0{,}4.$$

Залежність між властивостями x і y істотна. Цей факт випливає з того, що перший і другий рядки табл. 14.4 мають протилежні умовні розподіли (табл. 14.5).

Таблиця 14.5

w	y \ x	“Ні”	“Так”	Σ
$w(x\|y_0)$	“Ні”	0,9	0,1	1
$w(x\|y_1)$	“Так”	0,4	0,6	1
$w(x)$		0,5	0,5	1

Отже, величина коефіцієнта асоціації $A = 0{,}4$ свідчить про наявність позитивного зв'язку між показниками x і y: в більшості випускники вузу, які застосували знання під час виробничої практики, визначились і з місцем роботи.

Перевіримо статистичну гіпотезу про наявність зв'язку між властивостями x і y. Як основну висуваємо гіпотезу, що $A = 0$, а як альтернативну — $A \neq 0$.

Задамося рівнем значущості $\varepsilon = 0{,}05$. У таблиці (див. дод. 3) знаходимо критичне значення $\chi^2_{\text{кр}}$ для функції $\Phi(\chi^2)$ (4.8″) з урахуванням (4.8′) для кількості ступенів свободи $\nu = 1$:

$$\chi^2_{\text{кр}}[\varepsilon(\nu = 1) = 0{,}05] = 3{,}8.$$

Згідно з формулою (14.2) і даними табл. 14.4 і 14.5

$$\chi^2_{\text{кр}} = 40\left[\frac{(0{,}9-0{,}5)^2}{0{,}5} + \frac{(0{,}1-0{,}5)^2}{0{,}5}\right] + 160\left[\frac{(0{,}4-0{,}5)^2}{0{,}5} + \frac{(0{,}6-0{,}5)^2}{0{,}5}\right] = 32.$$

Із нерівності

$$(\chi^2_{\text{е}} = 32) > (\chi^2_{\text{кр}} = 3{,}8)$$

випливає, що $\chi^2_{\text{е}}$ потрапило у критичну область і, отже, основну гіпотезу про відсутність зв'язку між властивостями застосування студентами-випускниками здобутих знань у виробничій практиці і вирішенням питання про працевлаштування $A = 0$ відхиляємо і приймаємо альтернативну гіпотезу про існування такого зв'язку $A \neq 0$. В разі неправильності цього рішення нами допущено з імовірністю 0,05 помилку *I* роду.

14.2. КОЕФІЦІЄНТИ КОРЕЛЯЦІЇ

Розглянемо коефіцієнти зв'язку, що грунтуються на використанні змішаного моменту між властивостями x і y [7, с. 27]:

$$K = \frac{1}{n}\sum_i \sum_j a_{ij} b_{ij}. \qquad (14.7)$$

При визначенні різновидів коефіцієнтів кореляції змінні a_{ij} і b_{ij} у виразі змішаного моменту мають різну смислову інтерпретацію.

Зауважимо, що змішаний момент K чутливий до величини зв'язку між двома властивостями, але не може бути використаний як нормованих показник зв'язку, оскільки момент залежить від масштабу складових a_{ij} і b_{ij}. Нормований вираз K змінюється від 0 до 1 за абсолютною величиною і називається *узагальненим коефіцієнтом кореляції*:

$$\Gamma = \frac{K}{\sigma_a \sigma_b} = \frac{\sum a_{ij} b_{ij}}{\sqrt{\sum a_{ij}^2}\sqrt{\sum b_{ij}^2}}, \tag{14.8}$$

де a_{ij}, b_{ij} — розсіяння відповідних властивостей, $\sigma_a^2 = \frac{1}{n}\sum a_{ij}^2$, $\sigma_b^2 = \frac{1}{n}\sum b_{ij}^2$ — їх “дисперсії”.

У соціологічних дослідженнях використовуються три різновидності коефіцієнтів кореляції: коефіцієнт кореляції Пірсона r і два коефіцієнти рангової кореляції – Кендела τ і Спірмена ρ. Усі вони обчислюються за формулою узагальненого коефіцієнта кореляції Г (14.8), але для кожного з них змінні a_{ij} і b_{ij} мають різне змістове навантаження.

Коефіцієнт кореляції r визначає величину зв’язку між двома властивостями x *і* y, які мають рівномірну шкалу вимірювання. Такими властивостями є питання анкети “Скільки задач з спецкурсу Ви розв’язали?” і “Як Ви оцінюєте свій рівень знань?”. Нехай

$$a_{ij} = x_j - x_i; \qquad b_{ij} = y_j - y_i,$$

де x_i, x_j, y_i, y_j — відповіді студентів на відповідні запитання, виміряні на шкалах x і y та виражені в числах. Підставивши вирази для a_{ij} і b_{ij} у формулу (14.8), після відповідних перетворень одержимо формулу для розрахунку коефіцієнта кореляції

$$r = \frac{K}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{1}{n}\sum \frac{(x_k - \overline{x})(y_k - \overline{y})}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\overline{xy} - \overline{x}\,\overline{y}}{\sigma_x \sigma_y}, \tag{14.9}$$

де $\overline{xy} = \frac{1}{n}\sum n_{ij} x_i y_j$; $\overline{x}$ і $\overline{y}$ — середні арифметичні; σ_x і σ_y — СКВ (середньоквадратичні відхилення).

Визначимо тісноту зв’язку між властивостями x і y. Частоти розподілу двомірної ВВ (X, Y) подані в табл. 14.6.

Обчислимо середні, дисперсії і середньоквадратичні відхилення (подані в табл. 14.6) та коефіцієнт кореляції, що характеризують функцію розподілу двомірної ВВ (X, Y): $f(x, \overline{x}, \sigma_x^2, y, \overline{y}, \sigma_y^2, r)$.

Таблиця 14.6

<table>
<tr><td>y \ x</td><td>1</td><td>4</td><td>7</td><td>10</td><td>$n_{\cdot j}$</td><td rowspan="3">$\overline{y} = 3$
$\sigma_y^2 = 1$
$\sigma_y = \pm 1$</td></tr>
<tr><td>1
2
3
4
5</td><td>5
25
20
0
0</td><td>5
15
10
10
0</td><td>0
10
40
20
10</td><td>0
0
10
10
10</td><td>10
50
80
40
20</td></tr>
<tr><td>$n_{\cdot i}$</td><td>50</td><td>40</td><td>80</td><td>30</td><td>200</td></tr>
<tr><td colspan="6">$\overline{x} = 5{,}3 \quad \sigma_x^2 = 9{,}4 \quad \sigma_x = \pm 3$</td><td></td></tr>
</table>

$$r = \frac{1}{1 \cdot 3} \cdot \left\{ \frac{1}{200} [(5 \cdot 1 + 5 \cdot 4 + 0 \cdot 7 + 0 \cdot 10) \cdot 1 + (25 \cdot 1 + 15 \cdot 4 + 10 \cdot 7 + 0 \cdot 10) \cdot 2 + \right.$$
$$+ (20 \cdot 1 + 10 \cdot 4 + 40 \cdot 7 + 10 \cdot 10) \cdot 3 + (0 \cdot 1 + 10 \cdot 4 + 20 \cdot 7 + 10 \cdot 10) \cdot 4 +$$
$$\left. + (0 \cdot 1 + 0 \cdot 4 + 10 \cdot 7 + 10 \cdot 10) \cdot 5] - 3 \cdot 5{,}3 \right\} \approx 0{,}7.$$

Перевіримо статистичну гіпотезу про існування кореляційного зв’язку між властивостями x і y, тобто між числом розв’язаних студентами задач зі спецкурсу і рівнем знань. Як основну висуваємо гіпотезу, що такий зв’язок не має місця, тобто $r = 0$, а як альтернативну — що такий зв’язок є, причому позитивний, тобто $r>0$.

Задамося рівнем значущості $\varepsilon = 0{,}05$ і визначимо правосторонню критичну область для статистичної характеристики t (4.3′) за таблицею в дод. 4 для функції (4.10), враховуючи, що кількість ступенів свободи у цьому випадку дорівнює $\nu = n - 2 = kl - 2 = 4 \cdot 5 - 2 = 18$, де k, l — кількість інтервалів на шкалах x і y:

$$t_{\text{кр}} = \{\varepsilon(\nu = 18) = 0{,}05\} = 2{,}1.$$

Обчислимо емпіричне значення статистичної характеристики $t_{\text{е}}$ (4.5):

$$t_{\text{е}} = \sqrt{kl - 2}\,\frac{r}{\sqrt{1 - r^2}} = \sqrt{4 \cdot 5 - 2}\,\frac{0{,}7}{\sqrt{1 - 0{,}7^2}} = 4{,}2.$$

Із нерівності

$$(t_{\text{е}} = 4{,}2) > (t_{\text{кр}} = 2{,}1)$$

випливає, що $t_{\text{е}}$ потрапило у критичну область, внаслідок чого основну гіпотезу про відсутність зв’язку між властивостями x і y відхиляємо і приймаємо альтернативну гіпотезу про те, що кореляційний зв’язок між цими властивостями існує.

Порівняємо величини різних коефіцієнтів зв'язку, що виражають кореляцію і спряженість властивостей x і y: перший коефіцієнт базується на вимірюванні взаємного розсіяння числових значень x_i і y_j від їх середніх значень $\overline{x}$ і $\overline{y}$ (аргументів функцій розподілів випадкових величин), а другий – на взаємному розсіянні частот розподілів властивостей (функцій розподілів випадкових величин) без використання числових значень цих властивостей. Коефіцієнт кореляції властивостей x і y відомий: $r = 0{,}7$. Обчислимо коефіцієнт взаємної спряженості для цієї ж пари властивостей.

Визначимо величину χ^2 (14.2). Для цього на основі табл. 14.6 складемо табл. 14.7 умовних розподілів однієї властивості відносно іншої, скажімо, $w(x|y_j)$, тобто зафіксуємо розподіли студентів за кількістю виступів по п'яти групах з оцінками знань 1, 2, 3, 4 і 5 балів.

Таблиця 14.7

$w(x \mid y_i)$	y \ x	1	4	7	10	Σ
$w(x \mid y_1)$	1	0,5	0,5	0	0	1
$w(x \mid y_2)$	2	0,5	0,3	0,2	0	1
$w(x \mid y_3)$	3	0,25	0,125	0,5	0,125	1
$w(x \mid y_4)$	4	0	0,25	0,5	0,25	1
$w(x \mid y_5)$	5	0	0	0,5	0,5	1
$w(x)$		0,25	0,2	0,4	0,15	1

Підставляючи відповідні величини у формулу (14.2), дістаємо:

$$\chi_e^2 = 10\left[\frac{(0{,}5-0{,}25)^2}{0{,}25} + \frac{(0{,}5-0{,}2)^2}{0{,}2} + \frac{(0-0{,}4)^2}{0{,}4} + \frac{(0-0{,}15)^2}{0{,}15}\right] +$$

$$+50\left[\frac{(0{,}5-0{,}25)^2}{0{,}25} + \frac{(0{,}3-0{,}2)^2}{0{,}2} + \frac{(0{,}2-0{,}4)^2}{0{,}4} + \frac{(0-0{,}15)^2}{0{,}15}\right] +$$

$$+80\left[\frac{(0{,}25-0{,}25)^2}{0{,}25} + \frac{(0{,}125-0{,}2)^2}{0{,}2} + \frac{(0{,}5-0{,}4)^2}{0{,}4} + \frac{(0{,}125-0{,}15)^2}{0{,}15}\right] +$$

$$+40\left[\frac{(0-0{,}25)^2}{0{,}25} + \frac{(0{,}25-0{,}2)^2}{0{,}2} + \frac{(0{,}5-0{,}4)^2}{0{,}4} + \frac{(0{,}25-0{,}15)^2}{0{,}15}\right] +$$

$$+20\left[\frac{(0-0{,}25)^2}{0{,}25} + \frac{(0-0{,}2)^2}{0{,}2} + \frac{(0{,}5-0{,}4)^2}{0{,}4} + \frac{(0{,}5-0{,}15)^2}{0{,}15}\right] \approx 85.$$

Підставляючи значення $\chi_e^2 = 85$ у формули (14.3) і (14.4), визначаємо коефіцієнт спряженості Пірсона

$$C=\sqrt{\frac{85}{200+85}}=0{,}55$$

і коефіцієнт спряженості Чупрова

$$K=\sqrt{\frac{85}{200(4-3)(5-3)}}=0{,}46.$$

Кількість ступенів свободи для коефіцієнта Чупрова визначено виходячи з відомих емпіричних значень параметрів обох розподілів $\bar{x}$, σ_x^2, $\bar{y}$, σ_y^2, а також з відомого значення $n=\sum n_{i\cdot}=\sum n_{\cdot j}$, з чого випливає $s=s'=3$ у формулі для $\nu=(k-s)(l-s')=(4-3)\ (5-3)=2$ (див. с. 58).

Перевіримо також статистичну гіпотезу про існування спряженості між цими властивостями. Основна гіпотеза полягає в тому, що коефіцієнти спряженості Пірсона і Чупрова дорівнюють нулю, а альтернативна — що вони перевищують нуль.

Задамося рівнем значущості ε = 0,05 і визначимо критичне значення $\chi^2_{кр}$ статистичної характеристики (4.2) за таблицею (див. дод. 4) для функції (4.8″) з урахуванням (4.8′):

$$\chi^2_{кр}[\varepsilon(\nu=2)=0{,}05\ ]=6{,}0.$$

Порівнюючи емпіричне і критичне значення цієї статистичної характеристики, бачимо, що

$$(\chi^2_е=85)>(\chi^2_{кр}=6{,}0),$$

тобто $\chi^2_е$ попало в критичну область, у зв'язку з чим основну гіпотезу про відсутність спряженості між властивостями x і y відхиляємо і приймаємо альтернативну гіпотезу про існування між ними спряженості.

Отже, яка ж величина зв'язку між рівнем знань і кількістю розв'язаних студентами задач зі спецкурсу, якщо, судячи по коефіцієнту спряженості Пірсона C = 0,55, по коефіцієнту спряженості Чупрова K = 0,46 і по коефіцієнту кореляції r = 0,7. В цілому можна дати відповідь, що величина зв'язку цих показників істотна, хоча у кожному випадку слід аналізувати, які саме властивості відображає кожен коефіцієнт. Залежність між коефіцієнтами кореляції і спряженості складна і потребує спеціального змістового аналізу для інтерпретацій їх різних значень при описуванні зв'язку однієї і тієї ж пари властивостей.

14.3. КОЕФІЦІЄНТИ РАНГОВОЇ КОРЕЛЯЦІЇ

Коефіцієнти рангової кореляції вимірюють тісноту зв'язку між властивостями, наявність яких у кожного елемента сукупності неможливо виміряти точно, але можна розставити елементи за зростанням чи зниженням ступеня інтенсивності кожної властивості або, іншими словами, можна здійснити ранжування ряду. Наприклад, зріст людей у групі можна виміряти в сантиметрах, у результаті чого виходить ряд розподілу людей за зростом, а можна вишикувати людей за зростом (без вимірювання їх зросту) або ранжувати ряд, приписавши кожному місцю порядковий номер, і при оцінюванні тісноти зв'язку оперувати цим числом. Ранжований у такий спосіб ряд елементів за однією характеристикою можна ранжувати й за іншою характеристикою, наприклад, за вагою. Природно, що розстановка людей за вагою у загальному випадку не збігатиметься з їх розстановкою за зростом. Однак якщо невідповідність розстановки людей у цих рядах невелика, тобто існує тенденція одночасного збільшення зросту і ваги, то це означає, що між цими властивостями існує зв'язок, і що яскравіше ця тенденція в ранжованих рядах виражена, то більша між ними тіснота зв'язку.

Припустимо, треба виміряти тісноту зв'язку між двома властивостями, які за змістом відповідають запитанням соціологічної анкети (успішність студентів як кількість розв'язаних задач зі спецкурсу і рівень знань як їх самооцінка в балах). Скажімо, сім опитаних студентів (позначимо їх першими сімома літерами алфавіту) ранжовані за ступенями успішності щодо розв'язання задач і за самооцінками їх рівня знань (з *I* по *VII* місце) (у подальшому при виконанні арифметичних операцій ординальні числа як інтенсивні величини 0-го порядку зручніше виражати відношеннями відповідних кардинальних чисел до одиниці, опускаючи останню в запису) (табл. 14.8).

Таблиця 14.8

Студент	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж
Запитання про успішність	5	7	2	1	4	3	6
Запитання про рівень знань	7	6	3	1	2	4	5

При розташуванні елементів першого ряду у вигляді натурального ряду чисел чіткіше виявляється картина відповідності елементів першого і другого рядів (табл. 14.9).

Таблиця 14.9

Студент	Г	В	Е	Д	А	Ж	Б
Запитання про успішність	1	2	3	4	5	6	7
Запитання про рівень знань	1	3	4	2	7	5	6

З порівняння рядів випливає, що існує певний зв'язок між цими властивостями, оскільки виявляється тенденція до скупчення менших значень рангів на початку і великих значень рангів наприкінці другого ряду. Отже, порядок розташування рангів другого ряду відносно рангів першого ряду, записаного у вигляді натурального ряду чисел, визначає ступінь їх взаємозалежності. Ступінь безладу у другому ряду визначається кількістю пар елементів, розташованих у зворотному порядку (інверсій), таких як А і Ж (7 і 5), А і Б (7 і 6), оскільки саме така кількість операцій потрібна для зворотної перестановки елементів у парах, щоб перетворити другий ряд на впорядкований.

Кожній парі з прямим порядком елементів присвоїмо значення +1, а із зворотним — значення –1. Очевидно, що ступінь невпорядкованості, який характеризує міру кореляції двох властивостей, визначається відношенням різниці числа додатних і числа від'ємних одиниць S до загальної кількості пар рангів, що дорівнює половині кількості комбінацій з n елементів по два: $C_n^2 = n(n-1)/2$. Це відношення називають *коефіцієнтом рангової кореляції Кендела* і визначають так:

$$\tau = \frac{2S}{n(n-1)} = \frac{S}{C_n^2}. \tag{14.10}$$

Коефіцієнт рангової кореляції Спірмена обчислюють за формулою

$$\rho = 1 - \frac{12V}{n^3 - n}, \tag{14.11}$$

де V — сумарна невпорядкованість другого ряду відносно першого (складові V відображають статистичну вагу кожної невпорядкованої пари рангів).

Здійснимо порівняльний аналіз коефіцієнтів рангової кореляції Кендела τ і Спірмена ρ. Для цього переберемо всі можливі пари рангів і присвоїмо їм додатні та від'ємні одиниці згідно з вимогами коефіцієнта Кендела, а також обчислимо статистичні ваги пар з інверсією рангів згідно з вимогами коефіцієнта Спірмена. Загальна кількість пар рангів $C_7^2 = 7 \cdot 6 / 2 = 21$ (табл. 14.10).

Таблиця 14.10

Пара рангів	Порядок рангів для τ	Статистична вага інверсії для ρ	Пара рангів	Порядок рангів для τ	Статистична вага інверсії для ρ	Пара рангів	Порядок рангів для τ	Статистична вага інверсії для ρ
АБ 7 6	–1	1	БГ	+1		ВЖ	+1	
АВ	+1		БД	+1		ГД	+1	
АГ	+1		БЕ	+1		ГЕ	+1	
АД	+1		БЖ	+1		ГЖ	+1	
АЕ	+1		ВГ	+1		ДЕ 4 2	–1	2
АЖ 7 5	–1	2	ВД 3–2	–1	1	ДЖ	+1	
БВ	+1		ВЕ	+1		ЕЖ	+1	

Обчислимо значення S для коефіцієнта Кендела. Кількість додатних одиниць $P = 17$, а кількість від'ємних одиниць $Q = -4$. Отже, $S = P - Q = 17 - 4 = 13$. Підставивши значення S і C_7^2 у формулу (14.10), розрахуємо коефіцієнт рангової кореляції Кендела:

$$\tau = \frac{13}{21} = 0{,}62.$$

Значення τ змінюється від +1, якщо всі пари рангів мають прямий порядок, до –1, якщо всі пари мають зворотний порядок рангів; $\tau = 0$, якщо кількість пар з прямим і зворотним порядками рангів однакова: $P = Q$, у результаті чого числівник $S = P - Q$ обертається на нуль.

На практиці для обчислення коефіцієнта τ використовують простіші способи [7, с. 12], що не потребують складання таблиці, кількість пар рангів у якій істотно збільшується зі збільшенням кількості опитуваних осіб n. Виходячи зі співвідношення $S = P - Q$, перетворимо формулу для обчислення коефіцієнта τ так, щоб вона містила або кількість пар рангів з прямим порядком P, або зі зворотним порядком Q:

$$\tau = \frac{P-Q}{\frac{1}{2}n(n-1)} = \frac{2P}{\frac{1}{2}n(n-1)} - 1 = 1 - \frac{2Q}{\frac{1}{2}n(n-1)}. \qquad (14.12)$$

Звернемося до розглянутого прикладу в табл. 14.10, де проранжовано порівнювані ряди і, крім того, верхній ряд подано у вигляді натурального ряду чисел. Для визначення τ потрібно перерахувати у другому ряду кількість пар рангів P (або Q). Так, у другому рядку, що містить сім елементів з першим елементом "1", прямий порядок утворюють останні шість елементів, з другим елементом “3” прямий порядок утворюють чотири наступних елементи (усі, що стоять праворуч, крім “2”), з кожним наступним елементом прямий порядок утворюють відповідно 3, 3, 0 і 1 елементи. Отже,

$$P = 6 + 4 + 3 + 3 + 0 + 1 = 17;$$

і обчислюємо

$$\tau = \frac{4 \cdot 17}{7(7-1)} - 1 = 0{,}62.$$

Визначимо тепер коефіцієнт рангової кореляції Спірмена за формулою (14.11). Із табл. 14.10 випливає, що

$$V = 1 + 2 + 1 + 2 = 6.$$

Знаючи V і n, визначаємо

$$\rho = 1 - \frac{12 \cdot 6}{7^3 - 7} = 0{,}78.$$

На практиці для обчислення ρ використовують іншу формулу [7, с. 16]

$$\rho = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n^3 - n}, \tag{14.13}$$

яку отримують у результаті підстановки $V = \frac{1}{2}\sum d_i^2$, де $d_i = g_i - h_i$ — різниця між рангами g_i і h_i i-го елемента в першому і другому ряду (табл. 14.11).

Таблиця 14.11

Студент	Г	В	Е	Д	А	Ж	Б	Σ
Запитання про успішність	1	2	3	4	5	6	7	
Запитання про рівень знань	1	3	4	2	7	5	6	
d_i	0	–1	–1	2	–2	1	1	
d_i^2	0	1	1	4	4	1	1	12

Підставляючи $\sum d_i^2 = 12$ у (14.13), визначаємо

$$\rho = 1 - \frac{6 \cdot 12}{7^3 - 7} = 0{,}78.$$

Отже, коефіцієнт рангової кореляції Спірмена ρ = 0,78 перевищує коефіцієнт рангової кореляції Кендела τ = 0,62. Загалом значення цих коефіцієнтів достатньо великі, що свідчить про істотний зв’язок між успішністю студентів за кількістю розв'язаних задач і рівнем знань за їх самооцінками.

Що ж спільного між коефіцієнтами τ і ρ і чим вони різняться?

Спільне полягає в тому, що вони вимірюють тісноту зв'язку між двома властивостями, за кожною з яких ранжуються елементи, а не вимірюються їх значення на шкалах x і y. Тому ці коефіцієнти кореляції називають *коефіцієнтами рангової кореляції.*

Спільним для цих коефіцієнтів є також те, що для обох використана ідея визначення ступеня невпорядкованості (кількості інверсій) як міри зв'язку.

Відмінність же між цими коефіцієнтами полягає в тому, що при визначенні коефіцієнта τ фіксується тільки факт прямого або зворотного розташування рангів для кожної пари елементів незалежно від віддалення рангів один від одного. Наприклад, парам рангів $7 \leftarrow 6$ і $7 \leftarrow 1$ однаково приписується значення –1, а парам рангів $1 \rightarrow 2$ і $1 \rightarrow 5$ — значення +1, тоді як при визначенні коефіцієнта ρ розраховується зважена інверсія, тобто враховується віддаленість рангів; наприклад, для інверсії $7 \leftarrow 6$ відповідне значення дорівнює 1, а для інверсії $7 \leftarrow 1$ — значення дорівнює 6.

Звернемося до формули узагальненого коефіцієнта кореляції (14.8) і проаналізуємо її зміст для коефіцієнтів рангової кореляції Кендела і Спірмена.

Припустимо, сукупність опитуваних осіб ранжована і вишикувана у вигляді натурального ряду чисел за властивістю x. Тим самим визначається розташування рангів за властивістю y. Якщо позначити g_i і g_j ранги i-го і j-го елементів ряду x, то завжди для натурального ряду чисел $g_i < g_j$. У цьому разі для коефіцієнта Кендела всім парам рангів приписується значення +1. У формулі коефіцієнта кореляції Г (14.8) набору пар рангів $g_i\, g_j$ відповідає позначення a_{ij}:

$$a_{ij} = +1 \qquad \text{при} \qquad g_i < g_j.$$

Якщо позначити h_i і h_j ранги двох елементів ряду y, то зміст змінних величин b_{ij} у формулі коефіцієнта кореляції Г буде такий:

$$b_{ij} = +1 \qquad \text{при} \qquad h_i < h_j;$$
$$b_{ij} = -1 \qquad \text{при} \qquad h_i > h_j.$$

Тоді в чисельнику формули коефіцієнта кореляції Г $\Sigma a_{ij}\, b_{ij}$ буде така сама кількість від'ємних доданків, як інверсій у ряду y, а загальна сума відображає подвоєну (оскільки при підсумовуванні кожна пара $a_{ij} b_{ij}$ зустрічатиметься двічі: один раз у поєднанні ij, другий — у ji) різницю S між кількістю пар з прямим і зворотним порядками рангів. У знаменнику розглядуваного виразу два співмножники під коренем дорівнюють один одному, оскільки додатні й від'ємні одиниці у квадраті дають одиниці, і їх кількість у кожній сумі однакова і дорівнює кількості пар рангів кожного елемента ряду з кожним іншим: $\Sigma a_{ij}^2 = \Sigma\, b_{ij}^2 = n(n-1)$. Якщо підставити у формулу узагальненого коефіцієнта кореляції Г (14.8) проінтерпретовані в такий спосіб окремі члени, одержимо формулу коефіцієнта рангової кореляції Кендела τ у розглянутому вигляді.

Нарешті зазначимо, що у прикладі для визначення коефіцієнтів рангової кореляції τ і ρ було використано короткий ранжований ряд чисельністю 7 студентів, а для обчислення коефіцієнта лінійної кореляції масив, що становив 200 осіб. Звичайно, за цією властивістю можна ранжувати і 200 осіб, проте проранжувати таку кількість елементів дуже важко.

У соціологічних дослідженнях часто одиницею ранжування вибирають не окремого індивіда, а групу індивідів. При цьому масив опитуваних осіб попередньо розподіляють на типові групи, наприклад, студентів за спеціальностями:

А — фізики,
Б — хіміки,
В — біологи,
Г — геологи,
Д — філологи,
Е — психологи,
Ж — соціологи.

Розподіл опитуваних осіб за дихотомічними запитаннями властивості x щодо кількості розв'язаних задач, яка визначає успішність студентів, і властивості y щодо використання студентами здобутих знань під час виробничої практики подамо у вигляді табл. 14.12.

Таблиця 14.12

Група опитуваних за спеціальностями		А	Б	В	Г	Д	Е	Ж
Частка відповідей “Так”, %	Запитання про успішність	44	32	56	68	57	60	40
	Запитання про використання здобутих знань	97	72	66	82	98	77	75

Із порівняння рядів розподілу випливає, що частка осіб, які відповіли "Так" на наведені запитання, різна для різних груп за спеціальностями і, отже, між цими запитаннями існує кореляційний зв'язок. Тепер у зв'язку зі збільшенням відносних частот присвоїмо групам за спеціальностями ранги і розташуємо їх за запитанням про успішність (щодо кількості розв'язаних задач зі спецкурсу) у вигляді натурального ряду чисел. Тоді відповідно відбудеться перестановка рангів і за запитанням про використання здобутих знань на практиці (табл. 14.13).

Таблиця 14.13

Група опитуваних за спеціальностями	Г	Е	Д	В	А	Ж	Б
Частка відповіді "Так" щодо успішності, %	68	60	57	56	44	40	32
Ранг	1	2	3	4	5	6	7
Частка відповіді "Так" щодо використання здобутих знань, %	82	77	98	66	97	75	72
Ранг	3	4	1	7	2	5	6

Процедура ранжування 7 груп студентів за спеціальностями ідентична розглянутій раніше процедурі ранжування 7 студентів. У подальшому при визначенні коефіцієнтів рангової кореляції Кендела і Спірмена оперуватимемо тільки рядами рангів за раніше розглянутою методикою.

Обчислимо кількість пар з прямим порядком рангів:

$$P = 4 + 3 + 4 + 0 + 2 + 1 = 14.$$

Підставивши одержане значення у формулу (14.12), дістанемо

$$\tau = \frac{2 \cdot 14}{\frac{1}{2}7(7-1)} - 1 = 0{,}33.$$

Після цього визначаємо значення d_i і розрахуємо $\Sigma\, d_i^2 = 32$. Підставляючи одержане значення у формулу (14.13), дістаємо

$$\rho = 1 - \frac{6 \cdot 32}{7^3 - 7} = 0{,}43.$$

Отже, згідно з отриманими результатами між властивостями про успішність студентів (за кількістю розв'язаних задач зі спецкурсу) і застосування здобутих знань у практичній діяльності існує значний кореляційний зв'язок.

Контрольні питання

1. Особливості поділу коефіцієнтів зв'язку інтенсивних властивостей на коефіцієнти спряженості і коефіцієнти кореляції.
2. Визначення і тлумачення коефіцієнтів взаємної спряженості Пірсона і Чупрова.
3. Визначення і тлумачення коефіцієнта асоціації дихотомічних ознак.
4. Визначення і тлумачення коефіцієнта кореляції Пірсона.
5. Визначення і тлумачення коефіцієнтів рангової кореляції Кендела і Спірмена.

Розділ 15

МЕТОДИ ВИМІРЮВАННЯ СОЦІАЛЬНИХ ІНТЕНСИВНИХ ВЕЛИЧИН

15.1. СЕМАНТИЧНИЙ ДИФЕРЕНЦІАЛ

На розглянутій ідеї вимірювання інтенсивних властивостей грунтується метод семантичного диференціалу, який запропонував Ч. Осгуд; він розробив цей метод для оцінювання художньої цінності картин [13].

Для порівняльного аналізу окремих показників інтенсивних властивостей використовують методику побудови семантичних профілів стереотипів. *Стереотип* — це феномен свідомості, який виражає комплексну соціальну настанову особистості, що символізує спосіб мислення особистості і форми її поведінки.

Певний стереотип пов'язаний з деяким символом, що виражає комплекс показників, які характеризують цей стереотип. Завдання полягає у виборі *інтроекту* — носія певного символу — і визначенні його зв'язку з конкретними показниками, які виражають семантичний профіль стереотипу.

Проаналізуємо семантичний профіль у соціологічному дослідженні формування стереотипів у молодіжному середовищі [1]. Вибраний інтроект виразно символізує молодіжний стиль життя — джинси. Учасники експерименту (студенти і школярі) оцінювали інтроект за 15 шкалами, які становлять синдром типу особистості чи стилю поведінки (табл. 15.1).

Як випливає з даних табл. 15.1, джинси асоціюються частково з позитивними характеристиками особистості (привабливий, товариський, сучасний), а частково — з негативними (неохайний, легковажний, безвідповідальний, пасивний). Приблизний вік "інтроекту" відповідає віку опитуваних. Отже, є всі підстави вважати, що досліджуваний стереотип справді орієнтований на молодіжний стиль життя [1, с. 172–173].

Таблиця 15.1

Суб'єкт — *n*-місцевий предикат	Ступінь порівняння прикметника	Ступінь
"Носій джинсів" є:		
найнеофіційніший	найвищий	*–III*
ні серйозний, ні легковажний	нейтральний	*0*
найпривабливіший	найвищий	*+III*
освічений	звичайний	*+I*
пасивніший (ніж просто пасивний)	вищий	*–I*
більш товариський	вищий	*+I*
неохайний	звичайний	*–I*
безвідповідальний	звичайний	*–I*
індивідуалістичний	звичайний	*–I*
буденніший (ніж просто буденний)	вищий	*–II*
ні працелюбний, ні ледачий	нейтральний	*0*
найсучасніший	найвищий	*+III*
слабий	звичайний	*–I*
раціональний	звичайний	*+I*
грубий	звичайний	*–I*

У табл. 15.1 відображено *інтенсіонал* інтроекту "носія джинсів" у свідомості школярів і студентів. Одержаний соціально-психологічний профіль інтроекту відображає семантичну формулу "суб'єкт — *n*-місцевий предикат" у розгорнутій і деталізованій формі.

Зазначимо, що побудований методом семантичного диференціалу профіль не враховує статистичну вагу кожної інтенсивної властивості в образі інтроекту. Тому інтроект "носій джинсів" більш адекватно описується не комплексом одиничних показників інтенсивних властивостей, а комплексним показником інтенсивної властивості "джинсовий стереотип". Для визначення коефіцієнтів статистичної ваги таких комплексних показників використовують методи множинної регресії, факторного аналізу і експертного оцінювання.

У складніших випадках до вимірювання інтенсивних властивостей, насамперед соціальних смислових настанов, залучають експертів, які здійснюють оцінювання за допомогою спеціально сконструйованих шкал. Найвідомішими є методики шкалювання Терстоуна, Лайкерта, Гутмана та Богардуса [16, с. 239, 244–245]. Вихідним положенням побудови шкали смислової настанови як інтенсивної властивості є те, що вона являє собою шкалу ступенів інтенсивності якості. Тому завдання полягає в пошуку її зв'язку (функціонального, детермінованого або статистичного) з екстенсивною величиною, вимірювання якої дає змогу визначити (обчислити або оцінити) значення інтенсивної величини.

15.2. ВИМІРЮВАННЯ СОЦІАЛЬНИХ СМИСЛОВИХ НАСТАНОВ (СТАВЛЕНЬ)

1) Метод порівняльних суджень Терстоуна

Розглянемо метод побудови стратифікаційної (ординальної) шкали соціальної смислової настанови (ставлення), що грунтується на принципі порівняльних суджень. Градують шкалу за допомогою реперних точок, що відповідають проранжованим стандартним судженням, визначеним незалежно експертами. Такий принцип вимірювання з приблизно рівномірною калібровкою шкали за допомогою реперних суджень запропонував Терстоун [16, с. 241].

Для застосування пропонованого методу спочатку конструюють шкалу. З цією метою підбирають кілька десятків суджень, які відбивають усі можливі смислові настанови щодо досліджуваного явища. Експерти сортують ці настанови на обмежену кількість якісно зростаючих за інтенсивністю, більш виразно визначених суджень, які використовують як репери для градуювання шкали інтенсивної властивості. Наприклад, у відомому дослідженні етноцентризму у США як репери (після відповідного статистичного опрацювання) використовували такі судження:

Ординальна шкала	
I ступінь	— згоден на допущення (представника певної нації) у країну тільки як туриста
II ступінь	— згоден на видачу паспорта громадянина США
III ступінь	— згоден на спільну працю
IV ступінь	— згоден бути сусідом
V ступінь	— згоден бути другом
VI ступінь	— згоден поріднитися, побравшись шлюбом

Розкладанням вихідної сукупності суджень у кілька стопок (у розглядуваному випадку їх шість) задається шкала з шістьма реперними точками. Приписуваний кожному судженню бал, який виражає ступінь інтенсивності, є усередненою оцінкою кількох експертів.

Згідно з методикою Терстоуна ранжування калібрувальних суджень за ступенями якості здійснюється без явної орієнтації на певну екстенсивну величину. Проте розкладання карток із судженнями на "рівновіддалені" стопки неявно передбачає наявність лінійного зв'язку смислової настанови з певною екстенсивною величиною, яка виражає сукупність соціальних фактів життєдіяльності з представниками певної нації.

Процедура такого імперативного вимірювання, тобто оцінювання за допомогою такої шкали, полягає в тому, що респондент, висловлюючи згоду з певним реперним судженням, визначає ступінь інтеріоризації ним певної соціальної настанови і зараховується до відповідної страти. Ця процедура вимірювання повторюється з кожним респондентом, у результаті чого отримують їх розподіл на шкалі інтенсивності переконань щодо морального чи правового принципу, що міститься в цій соціальній настанові.

2) Метод сумарних оцінок Лайкерта

Цей метод побудови шкали інтенсивної властивості не потребує використання експертних оцінок. У цьому разі як реперні вибирають крайні точки шкали з максимальним і мінімальним ступенями інтенсивності, і при оцінюванні конкретних суджень їм приписують проміжні значення. У цьому полягає суть методу Лайкерта з урахуванням додаткової статистичної процедури усереднення повторних оцінок [16, с. 244].

Для побудови шкали за розглядуваним методом попередньо за спеціальною статистичною методикою з деякої сукупності суджень відбирають кілька суджень гомогенного типу щодо конкретної проблемної соціальної установки. У процесі дослідження респондентам пропонується цей набір суджень, кожен з яких вони оцінюють за п'ятибальною (чи іншої кратності) шкалою, наприклад, з таким набором варіантів відповідей:

5 — цілком згоден,
4 — згоден,
3 — байдуже,
2 — не згоден,
1 — повністю не згоден.

Після цього оцінки кожного респондента підсумовують і отримують сумарну оцінку смислової настанови, що підвищує відтворюваність і надійність вимірювання.

Проте на відміну від методу Терстоуна сутність шкалювання за методом Лайкерта полягає у використанні набору шкал, утворених парами протилежних суджень гомогенного типу щодо певної проблемної соціальної настанови. За допомогою цих суджень фіксують крайні реперні точки шкал, між якими проміжні значення інтенсивності респонденти визначають шляхом оцінювання, тоді як при шкалюванні Терстоуна проміжні значення інтенсивності фіксувалися за допомогою реперних точок по всій шкалі. У наведеному раніше прикладі про етноцентризм для калібровки шкали достатньо було вибрати крайні судження (про згоду допускати представників певної нації у країну тільки як туристів і про згоду поріднитися, побравшись шлюбом), але близьких за змістом пар, тобто гомогенних суджень, повинно бути кілька.

Звертаючись до фізичного прикладу вимірювання, скажімо, температури, зазначимо, що шкалювання за методом Лайкерта полягає у виборі кількох пар реперних точок, однією з яких є вибрана Цельсієм пара точок замерзання і кипіння води з довільним калібруванням шкальних значень між ними, тоді як за методом Терстоуна треба було б визначити також проміжні значення температури за допомогою реперів, підібравши інші речовини з відповідними точками замерзання й кипіння.

Розглянемо приклад, коли вивчається соціальна настанова респондентів щодо сенсу людського життя методом сумарних оцінок Лайкерта. Маємо п’ять гомогенних шкал з п’ятибальною системою оцінок — від 5 балів (цілком згоден) до 1 бала (повністю не згоден) [20]:

Повністю згоден	— 5 • 4 • 3 • 2 • 1 —	Повністю не згоден	Природно боятися майбутнього
Повністю згоден	— 5 • 4 • 3 • 2 • 1 —	Повністю не згоден	Людина сама по собі безпорадна й нещасна
Повністю згоден	— 5 • 4 • 3 • 2 • 1 —	Повністю не згоден	Я ненавиджу деяких людей через те, що вони варті того
Повністю згоден	— 5 • 4 • 3 • 2 • 1 —	Повністю не згоден	Щоб знати, як жити далі, треба покладатися на лідерів
Повністю згоден	— 5 • 4 • 3 • 2 • 1 —	Повністю не згоден	Більшість людей не знає, що для них добре

Оцінку респондента соціальної смислової настанови щодо сенсу людського життя визначають шляхом підсумовування оцінок за кожним із тверджень. Наприклад, при відповідях 4, 5, 5, 3, 4 сумарна оцінка дорівнює 21, середня — 4,2.

3) Шкалограмний аналіз Гутмана

Найчастіше використовують метод оцінювання, коли числові значення інтенсивності, виражені ординальними числами, і числові значення екстенсивності, виражені кардинальними числами, збігаються. Наприклад, 5 балів (очок) можна розглядати як ті ж 5 балів, віднесених до одного об'єкта (дріб: 5 балів / 1 об'єкт), і як *V* ступінь інтенсивності якості. Множина балів адитивна, що дає змогу експерту додавати ці бали до деякого значення або віднімати їх від нього при оцінюванні об'єкта, і водночас ця множина, трансформована в ординальне число, відповідає тій самій кількості балів, але не є величиною адитивною і вказує значення ступеня інтенсивності якості, тобто майстерності, вихованості, переконаності тощо. Так діють спортивні судді при оцінюванні майстерності спортсменів. Скажімо, *n* балів розглядається, з одного боку, як множина одиниць, віднесена до одного спортсмена як однинної множини (у відношенні двох множин), і арбітри, уявно поділяючи вправу на елементи (окремі фігури або їх поєднання) приписують їм бали (або списують з максимальної величини за невиконання окремих елементів). З іншого боку, остаточно виставлена спортсмену оцінка розглядається як *n*-й ступінь його майстерності, тобто як показник ступеня якості. Схематично зв'язок бальної оцінки як значення ступеня і як кількості балів можна задати у вигляді матриці з 1 і 0 (див. табл. 15.2).

Саме на ідеї тотожності ординального числа відношенню кардинальних чисел базується шкалограмний аналіз Гутмана [16, с. 245], в якому елементами множини є відповіді "Так" на дихотомічне запитання "Так чи ні?" щодо певної смислової настанови.

Метод побудови шкалограми Гутмана належить до шкалювання інтенсивної характеристики. Суть його полягає у ранжуванні деякого переліку дихотомічних запитань, які відбивають різні ступені смислової настанови на певний стимул. Відповіді "Так" чи "Ні" (позначимо їх відповідно 1 і 0) деякої сукупності осіб утворюють матрицю з 1 і 0, яку перестановкою рядків і стовпців, що відповідає ранжуванню дихотомічних запитань респондентів щодо нарощення інтенсивності смислової установки, можна в ідеалі перетворити на діагональну матрицю. Наприклад, ранжуючи респондентів за кількістю позитивних відповідей на запитання щодо вивчення етноцентризму у США і групуючи їх за стратами з нарощуваною на одиницю кількості відповідей "Так", одержимо таку шкалограму (табл. 15.2).

Таблиця 15.2

Інтенсивна величина $\xi = kx$	Екстенсивна величина: кількість відповідей "Так" на дихотомічні запитання					
	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5	№ 6
I ступінь	1	0	0	0	0	0
II ступінь	1	1	0	0	0	0
III ступінь	1	1	1	0	0	0
IV ступінь	1	1	1	1	0	0
V ступінь	1	1	1	1	1	0
VI ступінь	1	1	1	1	1	1

Опитувані особи розподіляються за шістьма категоріями з наростаючим ступенем інтенсивності смислової настанови. Кожний рядок виражає ступінь інтенсивності настанови, а наявність у ній певної кількості одиниць (відповідей "Так") дає підставу назвати шкалу кумулятивною. Із наведеної шкалограми випливає, що ступінь інтенсивності прямо пропорційний деякій екстенсивній величині x: $\xi = kx$. Однак це не є особливістю шкали Гутмана.

Природа шкал інтенсивних характеристик і Гутмана, і Лайкерта, і Терстоуна єдина, і зазначення респондентом певної мітки, тобто виявлення згоди з деяким судженням у ранжованому ряду за ступенями інтенсивності смислової настанови, передбачає також згоду з попередніми судженнями і незгоду з наступними.

На практиці при діагоналізації матриці за методом Гутмана інколи одиниці потрапляють в область нулів і навпаки, тобто не завжди відповіді на запитання утворюють послідовність відповідей "Так", змінюючись у точці розділу відповідями "Ні". Іноді така розстановка порушується включеннями "Так" чи "Ні" у невластивих їм областях матриці. Таке спотворення діагональної матриці свідчить про те, що у пропонованих запитаннях міститься не одна, а дві або більше латентних смислових настанов, тобто перелік питань гетерогенний, а не гомогенний, і спотворення матриці є результатом порушення принципу валідності. Саме з цієї причини на спортивних змаганнях майстерність гімнастів оцінюється за однією шкалою — техніки виконання вправ, а фігуристів — за двома: техніки й артистизму виконання вправ у фігурному катанні.

У теорії тестів, крім вимірювання інтенсивних і екстенсивних величин, розглядається також проблема гомогенності й гетерогенності тестів і пов'язана з нею проблема валідності. Нагадаємо, що сукупність гомогенних тестів містить загальний фактор, який треба виміряти, а в сукупності гетерогенних тестів міститься кілька факторів, які треба виявити й виміряти.

Аналіз гетерогенних тестів належить до задач багатомірного шкалювання, які розв'язують за допомогою факторного й регресійного аналізів, а також споріднених з ними методів. Розглянуті методи шкалювання належать до одномірних вимірювань гомогенного типу.

Насамкінець звернемо увагу на єдину природу інтенсивних властивостей, визначених ординальними числами, чи то є густина речовини, чи твердість матеріалів, чи температура тіл, а в соціології — чи соціальна настанова, чи статус, чи густина населення. Усі ці властивості виражають ступінь якості на ординальних шкалах. Проаналізовані концепції кваліметрії є загальними для всіх галузей знань.

15.3. РЕГРЕСІЙНИЙ АНАЛІЗ

Залежність двох невипадкових величин є функціональною, а залежність двох випадкових величин — статистичною. Першу можна вважати частинним випадком більш загальної залежності — другої. Той факт, що зміні однієї ВВ X відповідає зміна розподілу іншої ВВ Y, свідчить про те, що, крім значущого (невипадкового) детермінованого фактора, в механізмі зв'язку цих величин присутні ще й випадкові (незначущі) неконтрольовані фактори, що по різному діють на кожну з випадкових величин.

Ідея регресійного аналізу полягає в тому, щоб знайти спосіб виявлення значущої залежності випадкових величин за рахунок взаємного погашення дії випадкових факторів. У регресійному аналізі статистичний зв'язок між ВВ X і ВВ Y є функціональним зв'язком між значеннями x і значеннями середніх арифметичних умовних розподілів $\bar{y}_x$ (або, навпаки, y і $\bar{x}_y$). Статистична залежність, згідно з якою зміна однієї з величин спричинює зміну умовних середніх іншої величини, називається *кореляційною.*

За допомогою регресійного аналізу розв'язують два основних завдання.

1. Визначають форму кореляційного зв'язку між ВВ X і ВВ Y у вигляді функції, яка найкраще згладжувала б розсіяння однієї величини на всьому інтервалі заданих значень іншої величини, а саме в регресії Y на x

$$Y = f(x) \tag{15.1}$$

і в регресії X на y

$$X = \varphi(y). \tag{15.2}$$

2. Визначають тісноту кореляційного зв'язку, яка залежить від співвідношення проявів детермінуючого і випадкового факторів, що визначається розсіянням значень y_i навколо умовного середнього $\overline{y}_x$: якщо розсіяння велике, то залежність Y від x неістотна, а якщо розсіяння мале, то залежність значна і у граничному випадку вона перетворюється на функціональну, як це випливає з рис. 15.1.

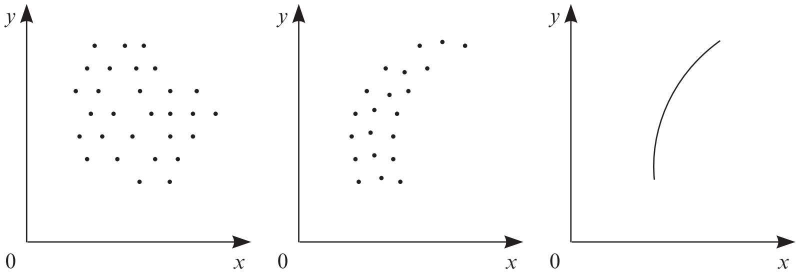


Рис. 15.1

Отже, регресійний аналіз має на меті визначення регресійного рівняння, яке відображає залежність між двома величинами (однієї випадкової й однієї невипадкової). Найчастіше зв'язок між цими величинами виявляється лінійним. Тоді треба статистичний ряд ВВ Y апроксимувати лінійною функцією, задавшись значеннями аргументу x.

Наприклад, у лінійній регресії Y на x для незгрупованих даних значення x вважатимемо заданими в кількості обсягу вибірки n і позначатимемо їх як аргументи лінійної функції малими літерами x_i; значення Y вважатимемо випадковими і позначатимемо їх як обчислені значення згладжуючої лінійної функції великими літерами Y_i (на відміну від емпірично виміряних значень, що позначаються також малими літерами y_i):

$$Y = \rho\, x + c. \tag{15.3}$$

Для згрупованих даних доцільно оперувати поняттям умовної середньої. У цьому разі лінійна регресія Y на x виражає лінійний зв'язок між заданими значеннями аргументу x_i за кількістю груп k на інтервальній шкалі і умовними середніми $\overline{y}_x$:

$$\overline{y}_x = \rho\, x + c. \tag{15.4}$$

Лінійне регресійне рівняння вважається знайденим, якщо знайдено значення його параметрів, так званого *коефіцієнта регресії* ρ і вільного члена c.

З'ясуємо, як за допомогою таблиці статистичних даних (x_i, y_i) ВВ (X, Y) знайти параметри рівнянь прямої лінії регресії.

Звернемося до геометричної постановки задачі. Таблиця статистичних даних (x_i, y_i) ВВ (X, Y), які для простоти подальшого викладу вважатимемо незгрупованими, є полем точок у координатній системі xOy (рис. 15.2). Потрібно так провести пряму через скупчення з найбільшою концентрацією точок, щоб сума піднесених у квадрат величин віддалень усіх точок y_i для відповідних x_i від деякої прямої була мінімальною порівняно з іншими прямими. Як бачимо з рис. 15.2, емпіричні точки не обов'язково лежать на прямій. Значенню x_i відповідає емпірично одержана точка y_i і теоретично розрахована точка Y_i на прямій. Різниця $|Y_i - y_i|$ є віддаленням y_i від Y_i. Якщо сума всіх віддалень $\Sigma |Y_i - y_i|$ від "вдало" проведеної прямої буде мінімальною, то залишається мінімальною й сума квадратів цих віддалень:

$$F(\rho, c) = \sum |Y_i - y_i|^2 \to \min. \tag{15.5}$$

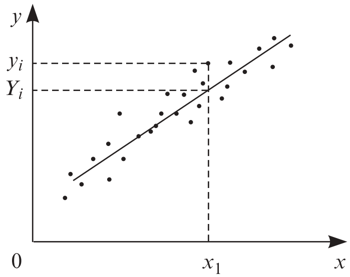


Рис. 15.2

З цієї умови методом *найменших квадратів* визначають невідомі параметри ρ і c лінійного рівняння регресії. Підставимо в цю умову значення y_i з таблиці 15.3 емпірично одержаних статистичних даних. Значення Y_i визначимо з лінійної функції рівняння регресії (15.3), підставивши в неї відповідні значення x_i з цієї самої таблиці:

$$F(\rho, c) = \sum (\rho x_i + c - y_i)^2 = \text{const}, \tag{15.6}$$

де x_i і y_i — відомі величини; ρ і c — шукані величини.

Далі розв'язуємо задачу на екстремум [3, с. 253], згідно з якою функція в мінімумі має частинні похідні по ρ і c, що дорівнюють нулю:

$$\frac{\partial F}{\partial \rho} = 2\sum(\rho x_i + c - y_i)x_i = 0;$$

$$\frac{\partial F}{\partial c} = 2\sum(\rho x_i + c - y_i) = 0. \qquad (15.7)$$

Отже, маємо систему двох лінійних рівнянь з двома невідомими:

$$\rho\sum x_i^2 + c\sum x_i = \sum x_i y_i;$$

$$\rho\sum x_i + cn = \sum y_i. \qquad (15.8)$$

Розв'язуючи (15.8), знаходимо невідомі параметри ρ і c для випадку незгрупованих статистичних даних:

$$\rho = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2}; \qquad (15.9)$$

$$c = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2}. \qquad (15.10)$$

Система рівнянь (15.8) для згрупованих статистичних даних за k інтервалами (табл. 15.3) набирає вигляду

$$\rho\sum n_{i\cdot} x_i^2 + c\sum n_{i\cdot} x_i = \sum x_i \sum n_{ij} y_j;$$

$$\rho\sum n_{i\cdot} x_i + c\sum n_{i\cdot} = \sum n_{\cdot j} y_j, \qquad (15.11)$$

а формули для параметрів ρ (15.9) і c (15.10) — вигляду

$$\rho = \frac{n\sum\sum x_i y_i - \left(\sum x_i n_{i\cdot}\right)\left(\sum y_j n_{\cdot j}\right)}{n\sum x_i^2 n_{i\cdot} - \left(\sum x_i n_{i\cdot}\right)^2}; \qquad (15.12)$$

$$c = \frac{\sum x_i^2 n_{i\cdot} \sum y_j n_{j\cdot} - \sum x_i y_j n_{ij}}{n\sum x_i^2 n_{i\cdot} - \left(\sum x_i n_{i\cdot}\right)^2}. \qquad (15.13)$$

Підставляючи обчислені параметри ρ і c у формулу (15.3), одержуємо шукане регресійне рівняння прямої лінії. Коефіцієнт регресії пропорційний тангенсу кута нахилу прямої до осі абсцис і показує, як сильно змінюється y при зміні x на одиницю. Величина коефіцієнта кореляції, пропорційна коефіцієнту регресії, показує величину усередненого приросту однієї властивості при певному приросту другої.

Але коефіцієнт регресії виражає функціональний зв'язок, скажімо, лінійний (15.3) між властивостями y та x, і в цьому ніяк не проявляється його статистичне походження. А коефіцієнт кореляції вказує ступінь наближення статистичного зв'язку до функціонального, тобто до взаємно однозначної взаємозалежності властивостей. Властивість y може неістотно змінюватись при змінюванні x (ρ мале), але однозначно (r велике).

Розглянемо тепер аналітичний вираз коефіцієнта ρ (15.9). Порівняємо цей вираз із формулами для дисперсії σ^2 (2.2) і коефіцієнта кореляції r (14.9): вираз у чисельнику ρ зі значенням σ_x і недістаючим значенням σ_y у знаменнику являє собою коефіцієнт кореляції r. Після перемноження чисельника і знаменника на σ_y остаточно одержимо:

$$\rho = \frac{\overline{xy} - \overline{x}\,\overline{y}}{\sigma_x^2}\frac{\sigma_y}{\sigma_y} = r\frac{\sigma_y}{\sigma_x}, \tag{15.14}$$

тобто коефіцієнт регресії ρ пропорційний коефіцієнту кореляції r і відношенню дисперсій складових x і y ВВ (X, Y).

Перевіримо статистичну гіпотезу про форму і тісноту зв'язку між властивостями x і y, що відповідають запитанням “Скільки задач зі спецкурсу Ви виконали?” і “Як Ви оцінюєте свій рівень знань?”. Але раніше визначимо рівняння регресії на основі статистичних даних табл. 15.3.

Таблиця 15.3

$y \backslash x$	1	4	7	10	$n_{\cdot j}$	$\overline{x}_y$	y_j	y_j^2	$n_{\cdot j}y_j$	$n_{\cdot j}y_j^2$	$y_j\sum n_{ij}x_i$	
1	5	5	0	0	10	2,5	1	1	10	10	25	
2	25	15	10	0	50	3,1	2	4	100	200	310	$\overline{y} = 3$
3	20	10	40	10	80	5,5	3	9	240	720	1320	
4	0	10	20	10	40	7,0	4	16	160	640	1120	$\sigma_y^2 = 1$
5	0	0	10	10	20	8,5	5	25	100	500	850	$\sigma_y = \pm 1$
$n_{i\cdot}$	50	40	80	30	200				610	2070	3625	Σ
$\overline{y}_x$	2,3	2,6	3,4	4,0								
x_i	1	4	7	10								
x_i^2	1	16	49	100								
$n_{i\cdot}x_i$	50	160	560	300	1070							
$n_{i\cdot}x_i^2$	50	640	3920	3000	7610							
$x_i\sum n_{ij}y_j$	115	420	1890	1200	3625							
	$\overline{x} = 5{,}3$ $\sigma_x^2 = 9{,}4$ $\sigma_x = \pm 3$				Σ							

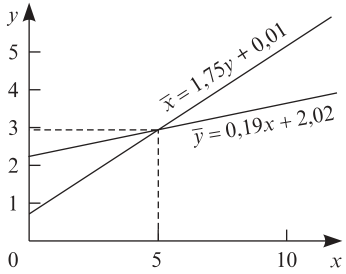


Рис. 15.3

Насамперед визначимо форму зв'язку між X і Y, тобто функцію, що найкраще апроксимувала б значення y_i в залежності від значень x_i і, навпаки, значення x_i в залежності від значень y_i. Для цього складемо таблицю умовних середніх $\overline{y}_x$ для кожного x_i і, навпаки, умовних середніх $\overline{x}_y$ для кожного y_i (табл. 15.3) і побудуємо графік (рис. 15.3). У розглянутому тут наближенні обидва регресійних рівняння $Y = f(x)$ і $X = \varphi(y)$ апроксимуються лінійними функціями, хоча правомірність такої апроксимації треба перевірити за допомогою критерію для статистичної гіпотези про лінійний зв'язок [4, с. 111].

Методом найменших квадратів визначимо параметри ρ і c першого та параметри ρ' і c' другого регресійних рівнянь, попередньо підготувавши необхідні проміжні дані в табл. для складання рівнянь (15.11) з метою визначення ρ і c, а також за аналогією ρ' і c':

$$\overline{y} = \rho x + c; \qquad \overline{x} = \rho' y + c';$$

$$\rho\, 2070 + c\, 610 = 3625; \qquad \rho'\, 7610 + c'\, 1070 = 3625;$$

$$\rho\, 610 + c\, 200 = 1070; \qquad \rho'\, 1070 + c'\, 200 = 610.$$

Числові значення параметрів визначаємо безпосередньо з цих рівнянь (хоча можна скористатись формулами (15.12) і (15.13.)):

$$\rho = 0,19; \qquad c = 2,02;$$

$$\rho' = 1,75; \qquad c' = 0,01.$$

Остаточно рівняння регресії мають вигляд:

$$\overline{y} = 0,19x + 2,02; \qquad \overline{x} = 1,75\, y - 0,01.$$

Знак "+" при коефіцієнтах регресії ρ і ρ' означає, що позитивна кореляція між величинами X і Y, тобто студенти, які виконують більшу кількість завдань, мають у середньому вищий рівень знань (за самооцінками) і, навпаки, студенти з вищим рівнем знань у середньому мають кращі показники щодо виконання завдань.

Що стосується статистичної гіпотези про наявність зв'язку між цими показниками, то вона зводиться до перевірки гіпотези про наявність кореляційного зв'язку, оскільки коефіцієнт регресії ρ зв'язаний прямо пропорційною залежністю з коефіцієнтом кореляції r (15.14):

$$r = \rho \frac{\sigma_x}{\sigma_y}. \tag{15.15}$$

Підставляючи розраховане значення ρ і ρ′ першого і другого регресійних рівнянь, а також значення середніх квадратичних відхилень з табл. 15.3, одержуємо таке саме значення коефіцієнта кореляції, що й розраховане за формулою (14.9):

$$r = 0{,}19 \cdot \frac{3}{1} \approx 0{,}6 \quad \text{і} \quad r = 1{,}75 \cdot \frac{1}{3} \approx 0{,}6.$$

Отже, статистичний висновок щодо коефіцієнта кореляції (див. с. 183) відносно того, що основна гіпотеза про відсутність зв'язку відхиляється і приймається альтернативна гіпотеза про наявність такого зв'язку, залишається справедливим для коефіцієнта регресії.

Нарешті, звернемо особливу увагу на те, що рівень знань є величиною інтенсивною, а кількість виконаних завдань — величиною екстенсивною. Рівняння регресії Y на x дозволяє визначити рівень знань предмета за кількістю виконаних завдань будь-якого студента за інших рівних умов, щоправда, з деякою ймовірністю. Більш точне визначення рівня знань було б, якби зв'язок між цими показниками був функціональний, а не кореляційний (регресійний).

Визначення рівня знань через кількість виконаних завдань за допомогою регресійного рівняння є способом опосередкованого вимірювання інтенсивної величини y через екстенсивну величину x (див. схему 10.1 на с. 124).

15.4. ФАКТОРНИЙ АНАЛІЗ

Рівняння факторного аналізу можна застосувати як для опосередкованого вимірювання інтенсивних властивостей-факторів f_i через екстенсивні властивості x_j, так і для вимірювання комплексних інтенсивних властивостей-факторів f_i через комплекси інтенсивних властивостей x_j. Ці методи опосередкованого вимірювання (див. схему 10.1) передбачають модель соціального об'єкта у вигляді статистичного розподілу багатомірної випадкової величини зі стійкою системою латентних інтенсивних властивостей-факторів. Труднощі застосування факторного аналізу в соціологічних дослідженнях пов'язані з вибором адекватних факторній моделі об'єктів у вигляді статистичних сукупностей і у проблемі формалізації їх сутності. Призначення факторного аналізу — виявити латентні фактори, встановити їх кількість і розкрити внутрішній зміст.

Існує кілька методів математичного пошуку латентних факторів і складання на їх основі алгоритмів та програм для комп'ютерів. Найпоширеніший метод головних компонент [5]. Принципова можливість розв'язання завдання про виявлення та інтерпретацію факторів базується на тому, що статистичний розподіл багатомірної випадкової величини підпорядкований деякому закону (наприклад, нормальному, що описується функцією Гаусса) і є інваріантним щодо різних систем координат.

Аналітично ця інваріантність виявляється в тому, що один і той же об'єкт описується різними кореляційними матрицями в різних системах координат, які трансформуються при переході з однієї системи координат в іншу за допомогою так званого перетворення подібності. Цю властивість подібних матриць використовують у методі головних компонент, що відомий у лінійній алгебрі як задача на власні вектори і власні значення.

Задача факторного аналізу полягає у встановленні системи так званих факторних рівнянь

$$f_i = \Sigma^n l_{ij} x_j \qquad (i = 1, \ldots, m), \tag{15.16}$$

які виражають зв'язок шуканих факторів f_i з вихідними інтенсивними властивостями x_j.

Проілюструємо побудову комплексного інтенсивного показника за допомогою факторного аналізу на прикладі виявлення факторів інтелектуальних здібностей школярів на основі даних про їх успішність з різних навчальних предметів [11, с. 66].

Розглянемо методику факторного аналізу на прикладі методу *головних компонент* [5] при припущенні подальшого розв'язання задачі на комп'ютері. Викладемо вимоги, яким має задовольняти об'єкт дослідження, і з'ясуємо обмеження, які накладаються на інструментарій дослідження з урахуванням принципів вимірювання інтенсивної властивості.

У гіпотезі соціологічного дослідження заздалегідь обумовлюються структура багатомірного розподілу в системах координат факторів і властивостей об'єкта, ступінь адекватності реального розподілу гіпотетичному, виконання необхідних умов побудови факторної моделі.

На практиці при постановці факторної задачі не накладається обмежень на вид багатомірного розподілу сукупності (скажімо, це можуть бути одно- і багатомодальні розподіли довільної конфігурації), але врешті-решт це може призвести до незадовільних за точністю і надійністю результатів: виявлення псевдофакторів, неможливості інтерпретації факторів тощо.

Розглянемо одномодальні (багатомодальні розподіли не розглядатимемо через складність виокремлення й інтерпретацію факторів) багатомірні розподіли сукупності, що адекватні моделі головних компонент, для якої виконуються такі умови:

- випадковий відбір індивідів у сукупність для забезпечення незалежності їх думок і виключення детермінованих зв'язків між їх діями (така сукупність індивідів зображується у вигляді хмари точок у координатному просторі);
- незалежність і, отже, некорельованість факторів (незалежності факторів відповідає ортогональність осей координат; моделі із залежними факторами не розглядатимемо);
- повнота системи факторів, яка вичерпно описує об'єкт (тим самим визначається розмірність факторного простору);
- інтенсивна (а не екстенсивна) природа факторних властивостей (шкала координатної осі калібрується ординальними числами, інтенсивна величина на якій визначається як функція стану);
- екстенсивна природа зовнішніх властивостей (шкала координатної осі калібрується кардинальними числами, екстенсивна величина на якій визначається шляхом розрахунку елементарних одиниць);
- довільна кількість взаємозалежних екстенсивних властивостей, які за змістом повністю охоплюють систему факторів (кореляція властивостей, відображена в кореляційній матриці);
- цілісність і відносна незалежність сукупності індивідів, що виражається у спільності ідей, думок, різних показників

(інваріантність статистичного одномодального розподілу багатомірної випадкової величини щодо координатних перетворень просторів факторів і властивостей об'єкта за умови замкненості статистичної системи для виключення впливу на закон розподілу збурюючих факторів).

Не всі і не повною мірою перелічені умови задовольняються в реальних соціальних статистичних системах. Тому наведена модель є допустимим наближенням реального явища. Зазначимо також, що факторна задача за методологією системного підходу передбачає аналіз соціальної структури (а не соціальних процесів).

Розглянемо випадок застосування методу головних компонент на прикладі виявлення факторів інтелектуальних здібностей на основі показників успішності школярів з різних предметів. Цей приклад вже інтерпретований [11, с. 66] і використовується з методичною метою.

Розробка соціологічного інструментарію базується на ідеї, що система об'єктивних факторів людини детермінує його реальну й вербальну поведінку і, отже, за актами поведінки та міркуваннями людини в певній сфері знань можна робити висновки про її здібності. Отже, фактори як інтегровані характеристики інтенсивної природи можна аналітично виражати спектром показників екстенсивної природи, що фіксуються в соціологічних анкетах, опитувальниках, картках та інших документах. Згідно з вимогами факторного аналізу для виявлення здібностей школярів, які суть фактори, або чинники, треба розробити опитувальник з екстенсивних характеристик про кількість виконаних завдань, розв'язаних задач, допущених помилок або невисвітлених питань з різних предметів. Вимірювати екстенсивні величини важко через те, що не існує стандартної помилки або стандартно важкого запитання, які можна було б використати як елементарні одиниці. До переліку помилок школяра входять і незначні, і серйозні помилки, а до переліку відповідей — відповіді і на прості, і на складні запитання. Тому на практиці знання школярів виражаються інтенсивною величиною як оцінка на п'ятибальній шкалі з кожного предмета. Але й у цьому разі вчитель, не знаючи аналітичної залежності інтенсивної величини від екстенсивної при оцінюванні засвоєння знань школярами орієнтується інтуїтивно на значення екстенсивних величин. Наприклад, якщо диктант учень написав без помилок, то він одержує 5 балів, якщо допустив одну-дві помилки — 4 бали, три-чотири — 3 бали, п'ять-шість і більше — 2 або 1 бал.

Розглянемо викладене на прикладі. У табелях учнів виставлено оцінки з шести предметів, які є вихідними властивостями учнів:

література	— x_1;	алгебра	— x_4;
мова	— x_2;	геометрія	— x_5;
історія	— x_3;	тригонометрія	— x_6.

Успішність з цих предметів визначається двома факторами (чинниками):

здібностями до гуманітарних наук — f_1;
здібностями до точних наук — f_2.

У загальному випадку в n-мірному просторі властивостей x_1, x_2, …, x_n, де 1, 2, …, n — кількість шкільних предметів, статистичний розподіл учнів виражається деякою функцією розподілу ймовірностей багатомірної випадкової величини. Встановлення цього закону розподілу в різних системах координат факторів можна розглядати як пряму задачу пізнання статистичного об'єкта. У розглядуваному прикладі успішність школярів з усіх предметів описується багатомірним нормальним розподілом: основна маса школярів має середню успішність, тобто однаковою мірою вищий і нижчий рівень успішності. Для багатомірного простору властивостей нормальний розподіл густини ймовірності випадкової величини має вигляд багатомірної симетричної дзвіноподібної поверхні з максимумом у точці з координатами $\bar{x}_1$, $\bar{x}_2$, …, $\bar{x}_n$:

$$p(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sqrt{\frac{\gamma}{(2\pi)^n}}\, e^{-\frac{1}{2}\sum\sum \gamma_{ij}(x_i - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_j)}, \qquad (15.17)$$

де γ_{ij} — коефіцієнт матриці $\|\gamma\|$ (з визначником γ), оберненої матриці кореляцій; $\bar{x}_i$, $\bar{x}_j$ — середні арифметичні відповідно за i-ю і j-ю властивостями.

Проекція цієї дзвіноподібної поверхні на n-мірний простір властивостей має вигляд багатомірного (у розглядуваному випадку шестимірного за кількістю навчальних предметів) еліпсоїда (рис. 15.4), аналітичний вираз якого стоїть у показнику експоненти:

$$\gamma_{ij}(x_i - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_j) = C. \qquad (15.18)$$

Різним константам C відповідають концентричні еліпсоїди однакової густини, що зростають до центра еліпсоїдальної сукупності точок. Так, центральний еліпсоїд охоплює школярів із середньою і близькою до неї успішністю x_i з усіх предметів: $i = 1$, …, n. Цей еліпсоїд входить в еліпсоїд, що охоплює учнів із середньою успішністю. Зовнішній еліпсоїд з найменшою густиною точок охоплює відмінників і тих, хто відстає. Коефіцієнти γ_{ij}, що пропорціональні коефіцієнтам кореляції r_{ij}, означають, що існує зв'язок між успішністю з різних предметів.

Спеціальний випадок спостерігається тоді, коли як систему координат вибрано головні осі багатомірного еліпсоїда (рис. 15.4), через це розглядуваний різновид факторного аналізу називається методом *головних компонент.* У цьому разі в рівнянні багатомірного еліпсоїда (15.18) зникають доданки з добутками змінних, і в новій системі координат y_i (у системі власних векторів) воно набирає вигляду

$$\sum \lambda_i y_i^2 = B. \tag{15.19}$$

При цьому кореляційна матриця в n-мірному просторі властивостей перетворюється на діагональну, причому елементами матриці на діагоналі є дисперсії сукупності за головними осями еліпсоїда. Якщо деякі дисперсії неістотно відрізняються від нуля, що означає сплющеність еліпсоїда за відповідними головними осями, то, нехтуючи ними, скорочуємо факторний простір, скажімо, до двох, як у роз-

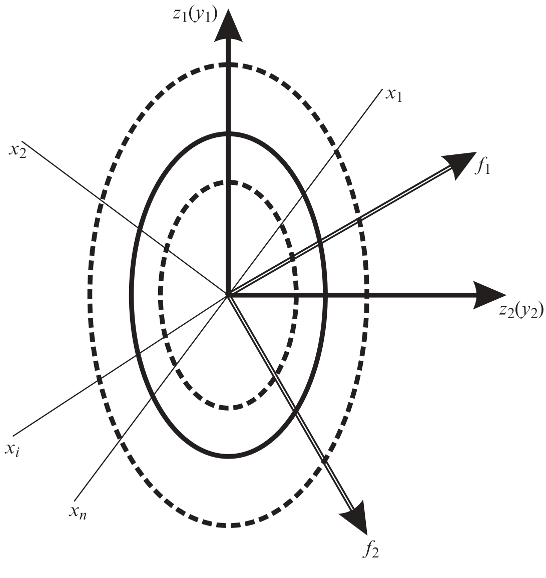


Рис. 15.4

глядуваному прикладі. Додаткове нормування і обертання осей координат приводять до системи головних компонент z_i і остаточно — до системи факторів f_i (рис. 15.4), що пов'язана з вихідною системою координат властивостей x_j лінійним перетворенням

$$f_i = \sum l_{ij}\, x_j \qquad (i = 1, \ldots, m). \tag{15.20}$$

Відшукання й інтерпретацію ортонормованої системи координат факторів соціального об'єкта, що описується певним законом розподілу ймовірностей багатомірної випадкової величини у деякому просторі властивостей шляхом перетворення кореляційної матриці на діагональну, можна розглядати як *обернену* задачу соціально-статистичного дослідження. По суті, це і є факторний аналіз.

З'ясуємо, які ж переваги щодо пізнання соціального об'єкта має дослідник, якщо задає закон розподілу ймовірностей випадкових величин у факторному просторі, а не у просторі властивостей, і чому система факторів є системою основоположних властивостей.

Відомо, що будь-який статистичний соціальний об'єкт є складним. Факторний аналіз як метод пізнання передбачає розкладання складного явища на складові з подальшим синтезом у цілісну картину. Загалом об'єкт описується багатомірним статистичним розподілом у різних координатних просторах, наприклад в одному з просторів факторів і властивостей, пов'язаних співвідношенням (15.20). Цей розподіл можна подати у вигляді добутку співмножників, що залежать від окремих факторів, як це для закону нормального розподілу:

$$p(f_1, \ldots, f_m) = p(f_1) \ldots f(f_m) = p_0 e^{-\frac{1}{2} f_1^2} \ldots e^{-\frac{1}{2} f_m^2}. \tag{15.21}$$

У просторі властивостей таке розкладання на співмножники за окремими змінними здійснити неможливо через кореляцію властивостей ($\gamma_{ij} \neq 0$). Окрім співмножників у вигляді функцій розподілу від окремих властивостей у розкладанні наявні співмножники і від їх добутків:

$$p(x_1, x_2, \ldots, x_n) = p(x_1)\, p(x_2)\, p(x_1 x_2) \cdots p(x_{n-1} x_n) = \sqrt{\frac{\gamma}{(2\pi)^n}}\, e^{-\frac{1}{2}\sum\sum \gamma_{ij} x_i x_j} =$$

$$= \sqrt{\frac{\gamma}{(2\pi)^n}}\, e^{-\frac{1}{2}\gamma_{11} x_1^2} e^{-\frac{1}{2}\gamma_{22} x_2^2} e^{-\frac{1}{2}\gamma_{12} x_1 x_2} \ldots e^{-\frac{1}{2}\gamma_{n-1\,n} x_{n-1} x_n}. \tag{15.22}$$

Наведене означає, що збурення однієї властивості тягне за собою зміну інших властивостей, тоді як збурення одного фактора не впливає на інші (в ідеальному випадку). Велика кореляція між двома властивостями, яка у граничному випадку дорівнює одиниці, означає, що з огляду на інформативність одна з властивостей повторює іншу і її можна вилучити із соціологічної анкети, тоді як фактори найбільш інформативні, про що свідчить низька кореляція між ними, що у граничному випадку дорівнює нулю.

Дуже важко інтерпретувати фактори, знайдені в результаті застосування до досліджуваного об'єкта факторної методики. Це пов'язано з тим, що техніка отримання факторів спирається на властивість їх некорельованості, чого насправді не відбувається. У результаті дослідник стикається не лише із реальними факторами (якщо вони чітко визначені, тобто некорелюючі), а й із лжефакторами, які виникають як результат накопичення помилок, зовнішніх збурень і насамперед помітної кореляції факторів. Для того щоб подолати труднощі інтерпретації факторів, доцільно скористатися таким методологічним засобом, як "чорний ящик". У соціологічних дослідженнях елементарний об'єкт, наприклад особистість, можна розглядати як "чорний ящик" у тому розумінні, що його властивості, у тому числі й латентні фактори, можна одержати в результаті розгляду його як елемента складнішого соціального утворення, а саме "людина — середовище". Водночас такі елементи, зокрема індивіди, у свою чергу, є складними утвореннями, і їх властивості, зокрема ті самі фактори, можна інтерпретувати, виходячи з аналізу внутрішньої структури "чорного ящика", перетворюючи його тим самим на "білий ящик". Ідеться про те, що виявлені латентні фактори притаманні природі людини і можуть співвідноситись з відповідними властивостями психологічного характеру, які вивчають, застосовуючи методи психофізіологічних наук. У такому співвіднесенні властивостей індивіда, що отримані в результаті вивчення їх у соціальному середовищі, з властивостями, отриманими в результаті вивчення внутрішніх механізмів психіки людини, і полягає інтерпретація отриманих факторів у соціологічному дослідженні.

Звернемося до результатів обробки соціально-статистичної інформації методом головних компонент на обчислювальній техніці. На основі статистичних даних успішності школярів з шести предметів (література — x_1, мова — x_2, історія — x_3, алгебра — x_4, геометрія — x_5, тригонометрія — x_6) одержуємо кореляційну матрицю $R = ||r_{ij}||$, тобто

$$R = \begin{Vmatrix} 1{,}00 & 0{,}95 & 0{,}87 & 0{,}09 & 0{,}11 & 0{,}13 \\ 0{,}95 & 1{,}00 & 0{,}82 & 0{,}07 & 0{,}11 & 0{,}12 \\ 0{,}87 & 0{,}82 & 1{,}00 & 0{,}06 & 0{,}17 & 0{,}07 \\ 0{,}09 & 0{,}07 & 0{,}06 & 1{,}00 & 0{,}91 & 0{,}79 \\ 0{,}11 & 0{,}11 & 0{,}17 & 0{,}91 & 1{,}00 & 0{,}86 \\ 0{,}13 & 0{,}12 & 0{,}07 & 0{,}79 & 0{,}86 & 1{,}00 \end{Vmatrix}.$$

З аналізу випливає, що значення коефіцієнтів кореляції між парами гуманітарних дисциплін і між парами математичних дисциплін наближаються до одиниці. І навпаки, кожна з гуманітарних і математичних дисциплін попарно слабо корелюють, і значення коефіцієнтів кореляції між ними наближається до нуля. Уже з цього попереднього аналізу структури кореляційної матриці R бачимо, що в ній вирізняються два блоки вздовж діагоналі, що охоплюють гуманітарні й математичні дисципліни.

Далі кореляційну матрицю R властивостей x_i зведемо до кореляційної матриці Λ, на діагоналі якої розмістимо значення дисперсій ненормованих компонент (власних векторів y_j), а поза діагоналлю — нульові значення їх коефіцієнтів кореляції (за умовою модель придатна для об'єктів з незалежними факторами):

$$\Lambda = \begin{Vmatrix} 3{,}05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2{,}42 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}07 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}03 \end{Vmatrix} \approx \begin{Vmatrix} 3{,}05 & 0 \\ 0 & 2{,}42 \end{Vmatrix}.$$

Сумарна дисперсія дорівнює 6,0; у відсотках вона розподілилась так:

$$50{,}8 \quad 40{,}4 \quad 4{,}1 \quad 3{,}1 \quad 1{,}1 \quad 0{,}5.$$

Як бачимо, перші два значення дисперсії перевищують 90 % сумарної дисперсії. Нехтуючи останніми значеннями дисперсії, скорочуємо розмірність діагональної матриці до двох. Це означає, що успішність школярів визначається двома компонентами (факторами), які в подальшому потрібно проінтерпретувати.

Використовуючи отриману матрицю статистичних ваг властивостей x_i для кожної компоненти z_j, можна записати їх у вигляді системи рівнянь

$$z_1 = 0{,}25x_1 + 0{,}24x_2 + 0{,}24x_3 + 0{,}25x_4 + 0{,}23x_5 + 0{,}22x_6;$$
$$z_2 = -0{,}25x_1 - 0{,}25x_2 - 0{,}24x_3 + 0{,}28x_4 + 0{,}27x_5 + 0{,}26x_6.$$

Із порівняння виразів для компонент випливає, що перша з них визначається однаковою мірою всіма дисциплінами, а друга містить першу і другу групи дисциплін з протилежними знаками. У такому вигляді компоненти важко інтерпретувати, оскільки вони однаковою мірою за абсолютними значеннями визначаються всіма дисциплінами. Можна сказати, що перша компонента визначає загальні здібності до всіх наук, а друга — диференційованість здібностей до першої і другої груп дисциплін. Проте з цими компонентами не асоціюються жодні реальні фактори, або механізми, мозкової діяльності людини. Тому, обертаючи координатні осі компонент z_1 і z_2 відносно сукупності точок (див. рис. 15.4), одержимо нові фактори f_1 і f_2 (15.20), які визначаються переважно однією і другою групами дисциплін (рис. 15.5):

$$\begin{aligned} f_1 &= 0{,}35x_1 + 0{,}35x_2 + 0{,}34x_3 + 0{,}05x_4 + 0{,}03x_5 + 0{,}03x_6; \\ f_2 &= -0{,}01x_1 - 0{,}01x_2 - 0{,}01x_3 + 0{,}35x_4 + 0{,}35x_5 + 0{,}34x_6. \end{aligned} \tag{15.23}$$

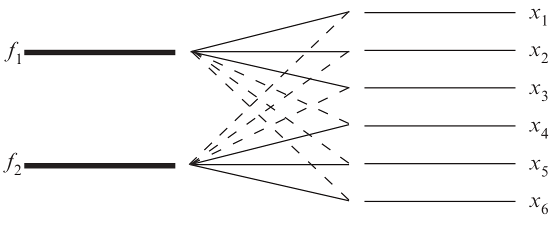


Рис. 15.5

З наведених співвідношень випливає, що перший фактор визначається групою гуманітарних дисциплін і може бути названий *фактором здібностей до гуманітарних наук*, а другий — групою точних дисциплін і може бути названий *фактором здібностей до точних наук*. З огляду на психофізіологічну діяльність мозку людини з першим фактором асоціюється здатність мозку до запам'ятовування великих обсягів інформації, а з другим — здатність до розвиненого логічного мислення. Загалом інтелектуальна діяльність людини визначається двома цими істотно незалежними факторами й аналітично виражається функцією розподілу у вигляді добутку функцій розподілу випадкових величин подібно до формули (15.21).

Рівняння (15.23) становлять факторну модель інтелектуальних здібностей. Підставляючи в ці рівняння оцінки з відповідних предметів для будь-якого школяра, можна визначити його здібності до певних наук. Зазначимо, що природа цих рівнянь статистична, і результати розв'язання їх для кожного школяра є орієнтовними.

Насамкінець порівняємо методи факторного і регресійного аналізів [11, с. 132].

Здібності людини до певних (гуманітарних і точних) наук є об'єктивними властивостями і, отже, система рівнянь множинної регресії, що описує ці властивості, не повинна відрізнятися в межах точності методу від системи факторних рівнянь (15.20). Факторний аналіз відрізняється від регресійного технікою отримання коефіцієнтів l_{ij} при змінних x_j у цих рівняннях на основі статистичних даних.

У регресійному аналізі можливість отримання невідомих коефіцієнтів базується на ідеї мінімізації відхилень емпіричних значень від теоретично розрахованих для гіпотетичної функції (у розглядуваному випадку лінійної), яка пов'язує відомі уже фактори і властивості. У методі найменших квадратів (див. розд. 15.3. "Регресійний аналіз") при побудові рівнянь множинної регресії використовують оцінки з шести предметів і двох факторів здібностей.

Факторний аналіз застосовують тоді, коли потрібно знайти не тільки параметри рівнянь, що пов'язують фактори і властивості, але й систему факторів. Отже, на відміну від регресійного аналізу ми маємо статистичні дані лише з шести шкільних предметів. У більшості методів факторного аналізу (головних компонент, центроїдному та ін.) використовується ідея некорельованості шуканих факторів (що потребує вибору відповідних об'єктів для соціологічного дослідження). Знаходження невідомих факторів і лінійних коефіцієнтів у рівняннях (15.20) у методі головних компонент базується на властивості інваріантності характеристичного полінома, одержаного з кореляційної матриці в задачі на власні вектори і на власні значення.

Принципова відмінність побудови факторних і регресійних рівнянь з позиції кваліметрії полягає в тому, що для одержання коефіцієнтів у рівняннях (15.20) у першому випадку використовуються об'єктивні дані екстенсивних показників, отриманих *прямим* вимірюванням (підрахунком виконаних завдань, розв'язаних задач, допущених помилок, висвітлених або невисвітлених питань тощо), а у другому випадку окрім цього використовуються *імперативні* вимірювання інтенсивних величин (факторів) — оцінки експертами здібностей школярів до гуманітарних і точних наук. В обох випадках рівняння (15.20) слугують інструментом (“соціальним термометром”) *опосередкованого* виміру інтенсивних величин f_i через екстенсивні величини x_j, подібно до того, як температура визначається по подовженню ртутного стовпчика.

Отже, у методі найменших квадратів при побудові рівнянь множинної регресії використовуються оцінки з шести предметів і двох факторів здібностей, а у факторному аналізі — тільки оцінки з шести предметів.

З позиції кваліметрії кожне з рівнянь факторного аналізу (15.23) є комплексним інтенсивним показником здібностей, оскільки він виражає ступінь якості узагальнених здібностей школяра, виражений ступенями якостей здібностей (оцінками) з кожного предмета. Причому оцінка як простий інтенсивний показник опосередковано вимірюється через названі екстенсивні показники шляхом підрахунку вчителем кількості виконаних або невиконаних завдань, розв’язаних або нерозв’язаних задач, кількості допущених помилок тощо. Комплексні інтенсивні показники-фактори здібностей школярів до гуманітарних і точних наук можуть бути виміряні також безпосередньо експертами (комісією вчителів).

15.5. КОМПЛЕКСНИЙ ПОКАЗНИК ІНТЕНСИВНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ

Побудова комплексного показника полягає в поданні його в першому наближенні лінійним рівнянням одиничних показників і у визначенні їх коефіцієнтів статистичної ваги. Пошук комплексного показника називають також багатомірним шкалюванням. Комплексним називають показник інтегрованої інтенсивної властивості, шкала якої виражає ступінь її інтенсивності. Коефіцієнти зваженості комплексного показника трансформують складові прості інтенсивні величини в комплексну інтенсивну величину. За шкалою комплексного показника здійснюють стратифікацію сукупності досліджуваних об’єктів.

Наприклад, в історико-економічному дослідженні розв'язується завдання про подання комплексного інтенсивного показники через два інших інтенсивних показники за допомогою рівняння множинної регресії [8, с. 166]. Розглядається аналіз розподілу селянських родин за показником заможності Y, який визначається кількістю зерна в пудах, що припадає на одну душу. По суті, йдеться про пошук стратифікації селян за комплексним інтенсивним показником, оскільки ступінь заможності залежить від інтенсивного показника ступеня землеволодіння x_1, який виражається розміром посівної площі (тобто десятинами), що припадає на одну душу (десятин/душ), й інтенсивним показником урожайності x_2, що виражається в пудах на десятину (пудів/десятин). Для виконання такої стратифікації потрібно знайти аналітичний вираз показника заможності Y через два інших показники: x_1 і x_2. З цією метою було використано статистичні дані 23 селянських господарства початку XX ст., про розміри посівних площ цих господарств, розміри сімей і врожайність. Зазначимо, що в цій задачі інтенсивні показники, які виражають ступені інтенсивностей, подані в явному вигляді відношеннями відповідних екстенсивних показників. У результаті застосування методу найменших квадратів одержано регресійне лінійне рівняння

$$Y = -0{,}25 + 28{,}75x_1 + 0{,}33x_2. \qquad (15.24)$$

З виразу (15.24) випливає, що ступінь заможності більшою мірою зумовлений землеволодінням і набагато меншою мірою — врожайністю. Знаючи конкретні значення інтенсивних показників x_1 і x_2 для інших селянських сімей і підставляючи їх у формулу (15.24), знаходимо стратифікацію селян за ступенями заможності.

Отже, зміст комплексного показника випливає зі змісту складових показників. Зазначимо, що при побудові регресійного рівняння всі ці показники — і складові, і комплексний — вимірюються заздалегідь на відміну від факторного аналізу, коли йдеться про пошук комплексних показників на основі емпіричних даних складових інтенсивних показників для вибіркової сукупності.

Контрольні питання

1. Суть методу семантичного диференціала як вимірювання інтенсивних властивостей.

2. Суть вимірювання соціальних смислових настанов як інтенсивних властивостей такими методами: порівняльних суджень Терстоуна; сумарних оцінок Лайкерта; шкалограмного аналізу Гутмана.
3. Суть опосередкованого вимірювання за допомогою регресійного та факторного аналізів.
4. Як побудувати і виміряти комплексний показник інтенсивних властивостей?
5. Як виразити комплексний показник інтенсивних властивостей за допомогою регресійного рівняння?

Розділ 16

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ КЛАСИФІКОВАНИХ І СТРАТИФІКОВАНИХ МНОЖИН ЗА ДОПОМОГОЮ ПОКАЗНИКА ПОТУЖНОСТІ

16.1. ВИЗНАЧЕННЯ ПОКАЗНИКА ПОТУЖНОСТІ КЛАСИФІКОВАНОЇ І СТРАТИФІКОВАНОЇ МНОЖИНИ. СОЦІАЛЬНА ВАРТІСТЬ

Щоб визначити показник потужності множини, її елементи мають бути тотожними, тобто *однорідними* й *рівноінтенсивними*. На практиці зазвичай зустрічаються неоднорідні й нерівноінтенсивні множини, що складаються з елементів або їх підмножин. Останні різняться як за номіналами, так і за ступенями інтенсивності якості (наприклад, мінерали певної множини різняться номіналами і ступенями твердості; до партії товарів входять вироби, що різняться асортиментом і сортом; робітники підприємства різняться професією і кваліфікацією; члени трудового колективу — родом занять і авторитетом; у бібліотеці книги різняться назвами сюжетів і художньою або науковою цінністю тощо). Потужність таких множин неможливо виразити кількістю елементів, оскільки вони не еквівалентні ні за номіналами, ні за ступенями. Для того щоб визначити потужність такої множини, необхідно звести всі її різнорідні й різноінтенсивні елементи до тотожних елементів як за номіналами, так і за ступенями інтенсивності. Отже, перш ніж виконувати арифметичні операції з елементами множини, її треба спочатку класифікувати і стратифікувати з метою переходу до абстрактних тотожних одиниць.

У фізичних, економічних і соціальних науках принципи вимірювання й порівняння їх результатів за допомогою показника потужності єдині.

Найрозвиненішими в такому розумінні є методи вимірювання властивостей фізичних явищ. Це пов'язано з тим, що для явищ будь-якої природи (механічних, теплових, електричних тощо), які можна подати у вигляді множин або континуумів, родовим показником є енергія. За допомогою коефіцієнтів еквівалентності здійснюються переходи від одних видів енергії до інших, наприклад від електричної енергії до механічної, теплової тощо. Величину енергії як потужність для складної системи, куди входять різні види енергії (електрична, теплова, механічна, ядерна тощо) і різного ступеня інтенсивності (напруги, температури, сили, тиску тощо), обчислюють шляхом визначення показника потужності для попередньо виокремлених класів і страт й обчислення сумарного значення потужності. Справді, величина енергії (потужності "множини") визначається добутком інтенсивної й екстенсивної величин: теплової енергії Q — добутком температури T на ентропію S: $Q = TS$, механічної енергії U — добутком сили F на відстань l: $U = Fl$, електричної енергії E — добутком напруги V на кількість електричних зарядів q: $E = Vq$ тощо. Після обчислення цих величин у калоріях, джоулях і ватах їх переводять до величини енергії у спільній одиниці — джоуль. Одержані величини як адитивні підсумовують. Остаточний результат є показником потужності класифікованої та стратифікованої "множини" елементарних одиниць енергії — джоулів.

Аналогічно обчислюють показник потужності економічних явищ. У ринковій системі множину становлять товари, що різняться асортиментом (видовими номіналами) і сортом (ступенем інтенсивності якості). Згідно з теорією граничної корисності родовою субстанцією щодо товарів і послуг є субстанція корисності, яку називають вартістю. Товари як "згустки" субстанції корисності або блага купуються і продаються за їх вартостями. Дія ринку полягає в постійному визначенні величини потужності класифікованих і стратифікованих множин різноманітних товарів в умовних, тобто грошових, одиницях для здійснення еквівалентних обмінів між суб'єктами ринку.

Як і для фізичних явищ потужність визначають шляхом визначення еквівалентів між різними класами і обчислення добутків екстенсивних та інтенсивних величин різних страт. Зауважимо, що поняття "корисність", крім значення субстанції, вживається ще й у розумінні ступеня корисності, тобто у значенні інтенсивної величини. Ступінь корисності, або вартості (ступінь якості), конкретизується у формі відношення вартості до кількості товару в натуральних одиницях, тобто у формі ціни.

Отже, вартість (показник потужності) деякої множини товарів, які різняться асортиментом і ціною, розраховують шляхом класифікації і стратифікації товарів.

Спочатку визначають вартість W кожного виду товару перемноженням його кількості K в натуральних одиницях на ціну C: $W = C \cdot K$. Потім одержані результати підсумовують. Остаточна вартість є показником потужності класифікованої і стратифікованої множин товарів.

Найскладнішою проблемою є обчислення потужності соціальних і психічних явищ. У цих та інших гуманітарних науках невирішеним є питання про граничну родову множину умовних одиниць, або граничну субстанцію, до якої можна було б зводити видові множини. При обговоренні концепції кваліметрії про показник соціальної потужності множини таку граничну субстанцію у формі множини балів (очок), що еквівалентна сукупності класів і страт, було запропоновано назвати *соціальною вартістю.* Так, результати спортсменів-п'ятиборців на змаганнях у кросі, фехтуванні, верховій їзді, плаванні й стрільбі, що вимірюються в різних несумірних одиницях, визначають за кількістю очок, що суть показник соціально-спортивної вартості. Тривалість збереження спортивної форми (рівня майстерності) окремими спортсменами або спортивними командами порівнюють за допомогою рейтингу, який нараховується в очках за результатами змагань із суперниками протягом тривалого періоду. Наприклад, перед футбольними чемпіонатами світу при жеребкуванні команд їх розсіюють за різними групами, щоб уникнути зосередження в одній групі наймайстерніших команд. При цьому застосовують показники рейтингу команд за результатами попередніх зустрічей шляхом нарахування очок.

Розглянемо ще кілька прикладів визначення різновидів показників соціальної вартості.

У соціології родовою субстанцією відносно суспільства або його окремих регіонів можна вважати населення. Однак не будь-яка соціальна множина зводиться до кількості індивідів. Якщо множини різняться статусом, освітою, кваліфікацією, то для ототожнення їх елементів доводиться вдаватися до використання еквівалентів подібно до того, як при підсумовуванні різні види пального вимірюють в одиницях умовного палива, парк тракторів різної потужності відповідних марок — в умовних одиницях 15-сильних тракторів. У найбільш загальному випадку однорідні (номінал "трактор" стосується елементів множини), але нерівноінтенсивні множини зводяться до множини однорідних і рівноінтенсивних умовних одиниць (умовні трактори як елементи множини відповідають рівноінтенсивному, скажімо, *I* ступеню інтенсивності, що відповідає потужності 15 кінських сил).

В іншому випадку потрібно визначити потужність множини одиниць з однаковим номіналом якості, але таких, що різняться ступенем якості. *Потужність стратифікованої множини дорівнює сумі добутків інтенсивних і екстенсивних величин за кількістю страт.* Наприклад, множина слюсарів є множиною з номіналом якості "слюсар". Однак загалом вона нерівноінтенсивна, оскільки може охоплювати підмножини слюсарів з різними кваліфікаційними розрядами. У цьому разі неправомірно визначати потужність множини кількістю одиниць слюсарів, оскільки ці одиниці нееквівалентні: бригада слюсарів з *VI* кваліфікаційним розрядом не еквівалентна (не рівнопотужна) бригаді слюсарів у тій же кількості, але з *III* кваліфікаційним розрядом. Якщо чисельності бригад однакові, скажімо, по 20 осіб, то потужність множини першої бригади слюсарів *VI* розряду

$$N_1 = \frac{6}{1}\ \frac{\text{о, ок}}{\text{особа}} \cdot 20 \text{ осіб} = 120 \text{ о, ок.}$$

Потужність множини другої бригади слюсарів *III* розряду

$$N_2 = \frac{3}{1}\ \frac{\text{о, ки}}{\text{особа}} \cdot 20 \text{ осіб} = 60 \text{ о, ок.}$$

Загальна потужність двох бригад

$$N = N_1 + N_2 = 120 \text{ очок} + 60 \text{ очок} = 180 \text{ очок},$$

хоча кількість слюсарів у двох бригадах — 40 осіб.

Так само визначається потужність множини, стратифікованої за суб'єктивною інтенсивністю колективної думки, переконання, соціального напруження. Наприклад, невдоволення умовами праці на підприємстві може призвести до соціального напруження, а у критичному стані — до соціального вибуху. Так, здійснимо стратифікацію робітників підприємства на чотири категорії щодо незадоволення умовами праці (табл. 16.1).

Таблиця 16.1

0 категорія	задоволені	оцінка: 0 балів / 1 працівник
I категорія	незадоволені	оцінка: 1 бал / 1 працівник
II категорія	незадоволені, які готові до пікетувань	оцінка: 2 бали / 1 працівник
III категорія	незадоволені, які готові до страйків	оцінка: 3 бали / 1 працівник

Припустимо, 1000 працівників цього підприємства в різні періоди, як вказано в табл. 16.1, стратифіковані відповідно за цими категоріями, і це дає можливість порівняти показники потужності в колективі внаслідок соціальної напруженості (табл. 16.2).

Таблиця 16.2

Категорія	*I* період		*II* період	
	Кількість працівників (частка цілого)	Потужність	Кількість працівників (частка цілого)	Потужність
0 = 0 балів / 1 працівник	100 (10 %)	0	600 (60 %)	0
I = 1 бал / 1 працівник	200 (20 %)	200	300 (30 %)	300
II = 2 бали / 1 працівник	300 (30 %)	600	100 (10 %)	200
III = 3 бали / 1 працівник	400 (40 %)	1200	0 (0 %)	0
Разом	1000 (100 %)	2000	1000 (100 %)	500

З урахуванням оцінок інтенсивності за категоріями працівників потужність соціального напруження в періоди *I* і *II* відповідно

$$N(I) = \frac{0}{1}\frac{\text{б}}{\text{пр}}\cdot 600\ \text{пр} + \frac{1}{1}\frac{\text{б}}{\text{пр}}\cdot 300\ \text{пр} + \frac{2}{1}\frac{\text{б}}{\text{пр}}\cdot 300\ \text{пр} + \frac{3}{1}\frac{\text{б}}{\text{пр}}\cdot 400\ \text{пр} = 2000\ \text{балів};$$

$$N(II) = \frac{0}{1}\frac{\text{б}}{\text{пр}}\cdot 100\ \text{пр} + \frac{1}{1}\frac{\text{б}}{\text{пр}}\cdot 200\ \text{пр} + \frac{2}{1}\frac{\text{б}}{\text{пр}}\cdot 100\ \text{пр} + \frac{3}{1}\frac{\text{б}}{\text{пр}}\cdot 0\ \text{пр} = 500\ \text{балів}.$$

Отже, за період *II* соціальне напруження знизилося в 4 рази порівняно з періодом *I*.

Привести якісно відмінні страти (модифікації якості) до єдиної множини тотожних одиниць у соціальній сфері дуже важко, що пов’язано з об’єктивними і здебільшого суб’єктивними показниками індивідуальної свідомості, які важко піддаються фіксації й обліку. Деякі з цих показників у процесі навчання, виховання та соціалізації особистості набувають деякої стійкості, що фіксується в документах (диплом або атестат про освіту, посвідчення про обійману посаду, кваліфікаційні книжки робітників про тарифний розряд тощо). Інші показники, що пов’язані переважно з вивченням громадської думки, потребують періодичних вимірювань через змінюваність за інтенсивністю в часі.

Через зазначені особливості соціальних властивостей впровадження кваліметричних методів у соціології пов’язане з удосконаленням, по-перше, способів документальної фіксації рівнів інтенсивності показників якості особистості, колективу, організації, по-друге — методик вираження соціальних класифікованих і стратифікованих множин натуральних одиниць, що різняться номіналами й ступенями інтенсивності якостей, в одиницях соціальної вартості (подібна проблема вираження множин товарів, виміряних у натуральних одиницях, в одиницях вартості актуальна і в економіці).

16.2. ВИЗНАЧЕННЯ ПОТУЖНОСТІ МНОЖИНИ ПРИ ТЕСТУВАННІ

Результати тестування порівнюють за потужністю множини в умовних одиницях — балах, очках. У соціологічних і психологічних дослідженнях широко використовують тестування для виявлення здібностей, інтересів, професійної орієнтації та психічного стану людини. Як відомо, тестування полягає в тому, що екзаменованій особі пропонується комплекс завдань з певної тематики, за результатами розв'язання яких їй виставляють оцінки в балах.

При тестуванні використовують як самооцінювання, так і оцінювання із залученням експертів. Сумарні оцінки, що виражаються множиною балів, за виконання комплексу завдань дають змогу порівнювати певні характеристики різних осіб. Зазначимо, що 1 бал означає елементарну ситуацію найнижчого ступеня інтенсивності. До сукупності таких умовних ситуацій зводяться більш складні ситуації і події подібно до того, як в економіці складна за кваліфікацією праця зводиться до простої некваліфікованої.

Наведемо приклад самооцінки або оцінки експертом психічного стану особи під впливом різних життєвих подій, змін і обставин за методикою Дж. Холмса [19, с. 91]. На основі даних, що фіксуються у "Щоденнику самоконтролю", визначають адаптивні можливості особи щодо подолання різних життєвих проблем, переживання нею тих чи інших змін позитивного чи негативного характеру: народження дитини і смерть близьких, одруження і розлучення, звільнення з роботи і просування по службі, зміна місця мешкання, переїзд в інше місто чи країну тощо.

Вчені з Вашингтонського університету вивчали адаптивні можливості людей щодо стресів через істотні зміни в їхньому житті. Досліджувалось життя 2000 осіб протягом 20 років. Згідно з гіпотезою стресогенні події можуть підвищувати ризик різних порушень здоров'я, таких як депресія, ішемічна хвороба серця, артеріальна гіпертонія та інші психосоматичні захворювання й розлади. Життєві випробування залежать від адаптивних можливостей людини, адже глибина стресу залежить насамперед від оцінки її самою людиною, а також від здатності подолати напруженість ситуації.

Наведемо перелік життєвих ситуацій, які викликають стресові навантаження.

Щорічник самоконтролю

Життєві події і зміни	Оцінка, балів
1. Звільнення з роботи або загроза звільнення 2. Вихід на пенсію 3. Зміна місця роботи 4. Зміна рівня відповідальності на роботі 5. Конфлікти з керівництвом 6. Конфлікти зі співробітниками або підлеглими 7. Погіршення умов праці 8. Матеріальні труднощі 9. Тривала тяжка хвороба когось із членів родини 10. Одруження 11. Відокремлення від родини через родинні проблеми 12. Переїзд, зміна місця проживання 13. Поява в домі нового члена сім'ї 14. Залишення дому сином чи дочкою 15. Зміни в роботі дружини (чоловіка) 16. Зміни у стосунках з друзями 17. Зміни у стосунках з родичами 18. Смерть чоловіка (дружини) 19. Розлучення або розірвання шлюбних стосунків 20. Сварка з чоловіком (дружиною) 21. Смерть близького родича 22. Прийняття важливих рішень, пов'язаних з майбутнім 23. Смерть близького друга 24. Змінювання особистих звичок 25. Інші зміни, події, обставини	

Силу впливу різних життєвих подій на людину оцінювали за 100-бальною шкалою. Найвагоміші події, наприклад смерть дружини (чоловіка), оцінювали у 100 балів, розлучення — 73, ув'язнення — 63, звільнення з роботи — 47, поїздка у відпустку — 13, отримання прав водія — 11 балів. І високий показник життєвих змін передував розвитку стресових хвороб. У людей, які набирали протягом року понад 200 балів, частіше спостерігалися різні форми ішемічної хвороби серця.

Згідно з теорією кваліметрії стресові навантаження людей порівнюються у таких дослідженнях за допомогою показника потужності класифікованої та стратифікованої множини. Справді, у людини протягом життя відбуваються різноманітні події, життєві ситуації, які становлять множину різнорідних (різняться за номіналами якості) і нерівноцінних (різняться за ступенями інтенсивності якості) елементів. Наповненість життя людей вартостями культури у найширшому розумінні, його повнокровність в усіх сферах життєдіяльності порівнюється за допомогою показника потужності множини умовних одиниць. Для цього вихідну множину подій і ситуацій класифікують за видовими номіналами. Раніше вже йшлося про те, що укрупнено життєдіяльність людини охоплюється кількома (5–6) соціальними інституціями, до яких належать економіко-трудова, громадсько-політична, культурно-духовна, навчально-виховна (педагогічна), родинна, релігійна.

У кожній з відповідних сфер соціальних інституцій життєві ситуації класифікуються на деталізовані класи. Наприклад, за наведеним раніше переліком у поле життєвих подій людини входять множини конфліктних ситуацій з керівництвом або сварок з дружиною, ситуацій, пов'язаних з матеріальними труднощами, тривалістю хвороби тощо. Усі ці ситуації як неоднорідні одиниці множин можна порівнювати за допомогою еквівалентів в умовних одиницях. На етапі стратифікації поля життєвих подій ці ситуації оцінюють за ступенями значущості. Згідно з наведеною методикою процедури класифікації і стратифікації об'єднані, і остаточне значення потужності визначається наближено в балах. За інструкцією "Щорічника самоконтролю" пропонується оцінити значущість кожної події за 100-бальною шкалою: 0 балів оцінюється подія, яка не викликає у людини жодних негативних переживань, залишила її байдужою і не потребувала витрат душевних і фізичних сил; 100 балів — подія, що викликала найсильніші душевні хвилювання, емоційне потрясіння, потребувала мобілізації всіх сил і можливостей; проміжні значення — від 0 до 100 балів — приписувались подіям залежно від сили їх емоційного діяння. Загальна сума балів становить потужність класифікованої та стратифікованої множин життєвого поля подій, за якою порівнюють різних людей. Якщо потужність *перевищує 200 балів*, то це означає, що протягом року особа пережила надмірну кількість умовних елементарних стресових ситуацій. Щоб справитися зі стресовим навантаженням, особі рекомендується максимально поліпшити спосіб життя, навчитися самостійно регулювати свій емоційний стан і настрій. Якщо потужність *становить 100–200 балів*, то це означає, що стресове навантаження не перевищує норму, хоча людину очікує боротьба з факторами ризику. Якщо потужність *менша від 120 балів*, то це означає, що людина живе відносно спокійно, хоча профілактика ніколи не завадить.

16.3. ВИМІРЮВАННЯ ПОТУЖНОСТІ КОЛЕКТИВНОЇ (ГРОМАДСЬКОЇ) ДУМКИ

Соціологічні дослідження часто мають на меті вивчення колективної, або громадської, думки з тієї чи іншої проблеми.

Ідеться не про аналіз змісту проблем чи методи вивчення громадської думки, включаючи питання вибірки, репрезентативності, надійності одержаних результатів, а про якісно-кількісну міру громадської свідомості безвідносно до змісту розглядуваних проблем. Щодо термінології, то далі в контексті використовується термін "колективна думка", під якою розуміють і громадську думку.

Колективну думку так само можна охарактеризувати за потужністю. Тільки у разі однорідності й рівноінтенсивності елементів множини її потужність дорівнює кількості елементів. У разі неоднорідних і нерівноцінних елементів сукупності потужність виражає не просту їх множину, а якісно-кількісну єдність. Для обчислення потужності такої множини спочатку треба її класифікувати, стратифікувати і розрахувати потужність для класів і страт, а потім загалом для множини вже еквівалентних умовних одиниць.

Зазначимо, що потужність колективної думки не еквівалентна інтенсивності: аналітичний вираз потужності включає добуток інтенсивної величини, що виражає якісний стан кожної особистості, на екстенсивну величину, що виражає їх кількість.

Зауважимо, що класифікація опитуваних осіб не потребує переходу до умовних одиниць розрахунку потужності. Скажімо, розподіл опитуваних на класи за інтересами не впливає на потужність множини: кожна особа незалежно від приналежності до того чи іншого класу за інтересами має лише один "голос" (далі вживається без лапок), і тому загальну потужність множини опитуваних можна обчислити або як суму кількостей голосів окремих класів, або як безпосередньо підраховану кількість голосів множини безвідносно до класифікації.

При стратифікації множини за ступенями інтенсивності думки щодо досліджуваної проблеми голоси опитуваних осіб не еквівалентні, і при розрахунку потужності необхідно враховувати, скільки голосів має кожна з опитуваних осіб, згрупованих попередньо за стратами.

Розглянемо можливі варіанти обчислення потужності колективної думки, яка може істотно різнитись залежно від урахування способів класифікації і особливо стратифікації множини опитуваних осіб.

З'ясуємо, які характеристики визначають якісну різноманітність сукупності індивідів. До інтенсивних характеристик належать статус, престиж, авторитет, компетентність, освіченість, сформованість настанови, переконаність, інформованість та ін., до екстенсивних — кількість індивідів (поданих голосів, бюлетенів тощо). Інтенсивна величина визначається як рівень на шкалі інтенсивності, якому відповідає екстенсивна величина в умовних одиницях.

Розглянемо можливі випадки визначення потужності колективної думки з огляду на дві обставини: з одного боку, якісну різноманітність опитуваної сукупності осіб, що різняться статусом, а з другого — інтенсивність думки кожної особи, яка висловилась з цього питання. Тобто ідеться про двічі стратифіковану множину, причому один раз за об'єктивним показником і один раз — за суб'єктивним. Систематику можливих варіантів обчислення потужності колективної думки за різними варіантами стратифікування множини осіб можна подати схематично.

Потужність колективної думки

як простої більшості голосів	з урахуванням статусу
з урахуванням інтенсивності думки	з урахуванням статусу й інтенсивності думки

У найпростішому випадку, коли треба висловитись "за" або "проти" з певного питання і масив складається з рівнозначної сукупності індивідів за певною інтенсивною характеристикою, скажімо, за статусом, потужність колективної думки визначається так. По-перше, оскільки опитувана множина осіб рівноінтенсивна за статусом, то множина за цим показником не стратифікується, тобто потужність визначається для всієї множини і дорівнює загальній кількості осіб. По-друге, щодо показника "за — проти" множина поділяється на дві страти, які характеризуються відповідними значеннями потужності.

Наприклад, на зборах мешканців будинку присутні 200 осіб, які й визначають потужність цієї множини. Припустимо, 160 з них схвалили обговорювану пропозицію. Отже, множина поділилась на дві страти, потужність яких дорівнює відповідно 160 голосів "за" і 40 голосів "проти". Якщо шкалу інтенсивності позначити цифрами 1 — "за" і 0 — "проти", то потужність колективної думки множини мешканців загалом визначається потужністю першої страти, що дорівнює 160. Справді, згідно з формулою (9.3) і з урахуванням значень інтенсивної характеристики на дихотомічній шкалі $y_1 = 1$ ("за") і $y_0 = 0$ ("проти"), а також кількості голосів $x_1 = 160$ і $x_2 = 40$, потужність

$$W = y_0x_0 + y_1x_1 = 0 \cdot 40 + 1 \cdot 160 = 160.$$

Цьому абсолютному значенню потужності відповідає відносне значення як частка величини потужності всієї множини, що дорівнює 80 %.

Складніший випадок стосується сукупності індивідів, нерівноцінної за складом, скажімо, за статусом, освітою, авторитетом тощо. Наприклад, нехай ті, хто висловлюється з даного питання, різняться науковим статусом: наукові співробітники деякого колективу без вченого ступеня (1), зі вченим ступенем кандидата наук (2) і вченим ступенем доктора наук (3). Кожен з тих, хто висловлюється, займає певну сходинку на шкалі статусу, і йому можна приписати певний бал. Якщо немає аналітичного виразу, який би пов'язував ступені статусу з екстенсивними величинами, значення рівнів статусу (або іншої інтенсивної характеристики) визначають експерти за спеціально розробленими методиками [16, с. 217]. Так, у наведених прикладах трирівневої шкали, якщо нижньому рівню приписати значення, скажімо, 1 бал, а верхньому — 10 балів, то незрозуміло, яке значення приписати проміжному рівню. Для визначеності з ілюстративною метою приймемо його значення рівним 3 балам.

Тоді шкала наукового статусу є нерівномірною і має такий вигляд: 1, 3 і 10 балів. Припустимо, на основі колективної думки групи наукових співробітників треба прийняти рішення про доцільність постановки високовартісного експерименту. Результати опитування наведені в табл. 16.3.

При голосуванні за реалізацію експерименту висловились 15 осіб із 40, тобто менше половини складу наукового колективу.

Здавалося б, пропозиція мала бути відхилена. Але так могло бути за умови, що науковий колектив рівноцінний за науковим статусом. Насправді пропозиція приймається, оскільки за реалізацію експери-

Таблиця 16.3

Склад наукового колективу за статусом	Ціна статусу, балів	Кількість співробітників	Максимальне значення потужності, балів	Кількість голосів "за"	Потужність колективної думки, балів
Доктори наук	10	5	50	4	40
Кандидати наук	3	15	45	7	21
Співробітники без наукового ступеня	1	20	20	4	4
Разом		40	115	15	65

менту висловились 4 доктори наук, 7 кандидатів наук і 4 співробітники без вченого ступеня, що, згідно з формулою (9.3), становить величину потужності

$$W = 10 \cdot 4 + 3 \cdot 7 + 1 \cdot 4 = 65 \text{ балів.}$$

65 балів з максимально можливої суми 115 балів становить близько 57 %, тобто більше половини, що веде до ухвали рішення про реалізацію експерименту.

У цьому разі за аналогією з фізичними й економічними явищами потужність колективної думки визначається як сума добутків екстенсивної та інтенсивної величин і виражається в умовних одиницях. Точно визначити потужність дуже важко, оскільки при цьому потрібно визначати перепади між рівнями інтенсивної характеристики. На практиці думка авторитетної людини цінується дуже високо. Проте при рівному оцінюванні висловлювань усіх осіб незалежно від "рангу" думка авторитетної людини розчиняється в загальній масі. Неврахування цієї обставини призводить до помилок у визначенні потужності. Саме відмінність у ціні голосів виборців ураховує ступінчаста система виборів. При цьому не потрібно знати сумарну потужність: на кожному етапі виборів голоси виборців рівноцінні. Наприклад, загальні збори обирають правління, а потім члени правління обирають голову (а не безпосередньо вибірці).

Наступний випадок визначення потужності колективної думки так само складний, як і попередній. Відмінність полягає в тому, що у даному випадку фіксується не просто думка "за" або "проти" пропозиції, а визначається інтенсивність думки на більш роздрібненій шкалі, скажімо, у п'ятибальній системі, і водночас масив тих, хто висловився, передбачається рівноцінним, скажімо, за статусом. Отже, наявна стратифікація множини за суб'єктивним показником щодо інтенсивності громадської думки, але відсутня стратифікація за об’єктивним інтенсивним показником, яким є статус або освіта.

Якщо за об’єктивними показниками людей ведеться статистичний облік, то за суб’єктивними показниками через їх нестійкість такий облік неможливий. Тому громадська думка вивчається постійно в динаміці засобами соціологічних досліджень шляхом вибіркових опитувань різних категорій населення. У цьому разі здійснюється стратифікація за суб’єктивним показником, і потужність колективної думки визначається як сума добутків кожної з оцінок на відповідну кількість осіб, які виставили ці оцінки, тобто як сума добутків інтенсивної та екстенсивної величин.

Наприклад, слухачам курсів підвищення кваліфікації запропоновано оцінити за п’ятибальною системою ефективність використання знань у сфері маркетингу в своїй практичній діяльності. Одержані результати опитування наведені в табл. 16.4.

Таблиця 16.4

Шкала ефективності, балів	Кількість слухачів	Сумарна оцінка
1	20	20
2	30	60
3	80	240
4	50	200
5	20	100
Разом	200	620

Згідно з формулою (9.3) колективна потужність

$$W = 1 \cdot 20 + 2 \cdot 30 + 3 \cdot 80 + 4 \cdot 50 + 5 \cdot 20 = 620.$$

Не всі слухачі курсів однаковою мірою оцінюють практичну значущість здобутих знань: сумарний показник потужності становить 620 балів з максимально можливого значення 1000 балів, якщо всі 200 слухачів оцінили б ефективність використання здобутих знань найвищим балом — 5. Отже, результат більше половини (62 %) максимального показника потужності свідчить про те, що, як вважають слухачі, набуті теоретичні знання необхідні їм в практичній роботі. За показником потужності колективної думки можна порівнювати результати опитувань різних категорій населення в різні періоди часу щодо різних проблем.

Останній, найскладніший випадок визначення потужності колективної думки пов’язаний з перехресною стратифікацією множини за об’єктивним і суб’єктивним показниками. Наприклад, науковий колектив розподілений за трьома рівнями наукового статусу згідно з вченими ступенями, і ступінь інтенсивності думки щодо доцільності реалізації високовартісного експерименту фіксується на п’ятибальній шкалі. У табл. 16.5 подано статистичні дані опитування колективу наукових співробітників, причому в квадрантах кожної клітинки міститься по 4 показники потужності колективної думки за схемою:

I	*II*
III	*IV*

I — потужність за кількістю співробітників;
II — потужність з урахуванням статусу;
III – потужність з урахуванням інтенсивності думки;
IV — потужність з урахуванням статусу й інтенсивності думки.

Таблиця 16.5

Статус	Інтенсивність колективної думки										Разом	
	1		2		3		4		5			
1	7	7	7	7	4	4	0	0	2	2	20	20
	7	7	14	14	12	12	0	0	10	10	43	43
3	3	9	2	6	5	15	3	9	2	6	15	45
	3	9	4	12	15	45	12	36	10	30	44	132
10	0	0	1	10	1	10	2	20	1	10	5	50
	0	0	2	20	3	30	8	80	5	50	18	180
Разом	10	16	10	23	10	29	5	29	5	18	**40**	**115**
	10	16	20	46	30	87	20	116	25	90	**105**	**355**

Дані підсумкової графи (виділені жирним шрифтом числа) табл. 16.5 свідчать про те, що в науковому колективі 40 співробітників, загальний статус яких оцінюється у 115 балів, загальна інтенсивність думки без урахування статусу — 105 балів, інтегрована потужність з урахуванням інтенсивності думки й статусу наукових співробітників — 355 балів:

$$W = \Sigma w_{ij} = 1 \cdot (7 \cdot 1 + 7 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 0 \cdot 4 + 2 \cdot 5) + \\ + 3 \cdot (3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 5) + \\ + 10 \cdot (0 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 1 \cdot 5) = \\ = 1 \cdot 43 + 3 \cdot 44 + 10 \cdot 18 = 355,$$

що становить майже 62 % максимально можливої потужності, величина якої визначається максимальною інтенсивністю думок кожного зі співробітників у 5 балів:

$$W_{\max} = 5 \cdot (20 \cdot 1 + 15 \cdot 3 + 5 \cdot 10) = 575.$$

Отже, якби колективна думка визначалась кількістю осіб незалежно від їх статусу, то довелося б погодитись із думкою більшості про те, що очікуваний результат експерименту не виправдається, оскільки 20 співробітників дотримуються цієї думки, оцінивши очікуваний ефект одним і двома балами проти думки 10 співробітників, які оцінили цей ефект чотирма і п'ятьма балами при думці останніх 10 співробітників середньої інтенсивності у три бали (числа у *I* квадранті в клітинках нижнього підсумкового рядка).

Якщо ж урахувати інтенсивність думок наукових співробітників за п'ятибальною системою незалежно від їхнього наукового статусу, то оцінка потужності з урахуванням інтенсивності думок щодо доцільності реалізації експерименту буде середньою — 105 балів з максимально можливої потужності (якщо б усі 40 співробітників оцінили доцільність у 5 балів) 200 балів, тобто понад 50 %.

Якщо ж при визначенні потужності колективної думки поряд з інтенсивністю думок урахувати також науковий статус осіб, то, оскільки потужність істотно залежить від осіб з високим статусом, у розглядуваному прикладі від докторів наук, виявляється, що потужність оцінюється сумою 355 балів з максимально можливих 575 балів, що становить 62 %. Отже, вважатиметься, що реалізувати експеримент доцільно.

Проаналізувавши всі три варіанти кількісного показника колективної думки, доцільно погодитись з останнім, згідно з яким приймається рішення про реалізацію наукового експерименту. На практиці часто погоджуються з думкою експертів — найкомпетентнішої верстви на шкалі професійного статусу.

Отже, кількісно визначаючи потужність, необхідно враховувати як ієрархічну структуру опитуваного масиву, так й інтенсивність висловлюваної думки. І тільки в найпростішому випадку потужність колективної (громадської) думки визначається кількістю поданих за певну пропозицію голосів.

Для порівняльних досліджень потрібно також узгодити питання про розміри шкал. Окремі питання щодо шкал кваліфікації, освіти, посадових рівнів тощо вирішуються на рівні держави в законодавчому порядку. Що ж до вимірювання суб'єктивного показника інтенсивності громадської думки, переконання тощо, то треба досягти також згоди науковців щодо розмірів відповідних шкал.

16.4. НЕОБХІДНІСТЬ СТАНДАРТИЗАЦІЇ ОДИНИЦЬ ПОТУЖНОСТІ ГРОМАДСЬКОЇ ДУМКИ

Поняття громадської думки використовується в значенні потужності множини індивідуальних соціальних смислових настанов. Настанова є інтенсивною величиною, і її інтеграція щодо множини людей становить їх духовну субстанцію, під якою розуміється потужність громадської думки.

Людина — істота багатогранна, тобто має широкий спектр інтересів або соціогенних потреб, які класифікуються за соціальними інституціями. Задоволення цих потреб становить зміст життєдіяльності, а реалізація спричинює життєві проблеми. Ставлення кожного громадянина до проблеми характеризується інтенсивністю смислової настанови, а ставлення населення загалом — громадською думкою. Як багато існує проблем, так само багато існує показників потужності громадської думки. Вимірюються вони в умовних одиницях потужності (очках і балах), які назвемо *соціальною вартістю*. Питання полягає в тому, чи можна вважати їх сумірними при порівнянні показників потужностей щодо різних проблем.

Вирішення цього питання потребує додаткових пояснень. Для характеристики стану громадської думки щодо низки проблем використовують два підходи. Згідно з першим підходом потужність не пов’язана зі змістом проблеми — джерелом напруженості, а тільки з інтенсивністю реакції на неї аж до стану агресії. Згідно з другим підходом потужність диференціюється за суспільною значущістю проблем, тобто інтенсивність психологічної напруженості певного контингенту людей може бути однаковою щодо двох життєво різних за значущістю проблем, але показник потужності має враховувати її перевищення за рахунок значущості. Наприклад, згідно з першим підходом психологічна реакція, вимірювана показником потужності, щодо різних за значущістю проблем — екологічної, пов’язаної з отруєнням довкілля, і спортивної, пов’язаної з невдалими виступами місцевого футбольного клубу — може бути однаковою. Проте згідно з другим підходом за соціальною значущістю перевагу за показником потужності матиме екологічна проблема. Отже, за першим підходом увага зосереджується на інтенсивності психологічного стану людини, а за другим — на ступені значущості проблеми для суспільства.

Зрозуміло, що умовні одиниці потужності першої і другої множин не сумірні, і для забезпечення їх сумірності потрібно врахувати коефіцієнт суспільної значущості відповідних проблем. Питання полягає в тому, як умовні одиниці (очки, бали) перевести в універсальні. Відповідь на це питання дала б змогу математизувати соціологію подібно до фізики й економіки. Логіка підказує, що громадська думка має комунікативний характер і повинна охоплювати весь світ подібно до ринкових відносин. Саме останні дають змогу порівнювати окремі національні й регіональні ринки, а також відслідковувати розміри грошової одиниці в різних масштабах (доларах, євро, гривнях та ін.) відповідно до попиту й пропозиції товарів і послуг.

Громадську думку в масштабах світу можна уявити у вигляді духовної або психологічної субстанції своєрідної "атмосфери" навколо земної кулі, що має більшу густину в місцях соціальної напруженості та конфліктів і розрідженішу в місцях, де відбуваються спокійні й збалансовані життєві події. Проблеми, навколо яких виникає напруженість, класифікуються в укрупненому масштабі за соціальними інституціями. Населення певного регіону може бути в напруженому стані щодо проблеми в межах однієї інституції і у спокійному щодо проблем інших інституцій, а в інших регіонах — навпаки. Тому ця "атмосфера" є суперпозицією психологічних субстанцій за кількістю проблем, і величина її обмеженої частини вимірюється показником потужності в балах. Значення цих умовних одиниць можна вважати еквівалентними незалежно від сутності проблем (згідно з першим підходом). Але для законодавчого затвердження в масштабах світу одиниць громадської думки потрібний еталон, подібний до еталона грошової одиниці. Останній фіксується більш-менш точно завдяки ринковому механізму обміну товарів відповідно до балансуючої дії формули попиту і пропозиції. Механізм самоактуалізації суб'єктів у масштабах світу при розв'язанні спільних проблем дає певну надію на можливість стандартизації такої одиниці, оскільки факт самоактуалізації можна вважати критерієм для реперної точки з максимальним значенням на шкалі інтенсивності задоволення соціогенних потреб відносно нульової точки шкали. Проте введення спільної одиниці потребує введення перехідних коефіцієнтів (інтенсивних величин) між одиницями громадської думки щодо проблем різної суспільної значущості (згідно з другим підходом), тобто введення класифікаційної і стратифікаційної шкал, які уможливлювали б вимірювання потужностей різних за змістом проблем в єдиних одиницях соціальної вартості.

У будь-якому разі визначення потужності пов’язане зі шкалюванням інтенсивності напруженості соціальних суб’єктів на шляху розв’язання соціальних проблем. Незважаючи на розвиненість математичної форми відтворення фізичних явищ, існують такі з них, які важко піддаються формалізації й операціоналізації. Ще не втратила практичного значення шкала Бофорта для вимірювання сили вітру, яку можна вважати зразком для розробки подібних соціальних шкал. Для градуювання шкали Бофорта як реперні використані точки спостереження дії вітру на навколишні предмети. Ця шкала затверджена Міжнародною угодою 1946 р.

Шкала сили вітру Бофорта

Бал	Характеристика вітру	Дія вітру
0	Штиль	Вітер відсутній повністю. Дим піднімається прямовисно
1	Тихий	Дим піднімається з невеликим нахилом
2	Легкий	Рух повітря відчувається обличчям. Шелестить листя
3	Слабкий	Тріпоче листя, хитаються дрібні гілки дерев. Майорять прапори
4	Помірний	Хитаються тонкі гілки дерев. Вітер піднімає пил і шматки паперу
5	Свіжий	Хитаються великі гілки дерев. На воді з’являються хвилі
6	Сильний	Хитаються великі гілки дерев
7	Міцний	Хитаються невеликі стовбури дерев. На морі здіймаються хвилі, що піняться
8	Дуже міцний	Ламаються гілки дерев. Важко йти проти вітру
9	Шторм	Невеликі руйнування. Зриває черепицю з дахів, руйнуються димарі
10	Сильний шторм	Значні руйнування. Дерева вириваються з корінням
11	Жорстокий шторм	Великі руйнування
12	Ураган	Призводить до спустошень

Подібну шкалу можна скласти щодо соціальних напружень.

Але для визначення потужності стану соціально-психологічної атмосфери потрібно зробити певні вимірювання відносно кожного працівника, адже можлива значна дисперсія ступенів невдоволення. Тому потрібно виявити статистичний розподіл працівників за інтенсивністю проявів невдоволення. Якщо б подібна шкала була затверджена законодавчо, то це дало б змогу здійснювати порівняльні дослідження за допомогою показника потужності.

Подібні шкали можна ввести і в інших соціальних інституціях, наприклад в екологічній. Затвердивши шкалу соціальних невдоволень громадян з приводу забруднення навколишнього середовища і дослі-

Шкала соціального напруження

Бал	Характеристика контингенту	Стан контингенту
0	Спокійний	Люди спокійно працюють на робочих місцях. Немає розмов про невдоволення
1	Епізодично неспокійний	Спонтанно виникають подекуди розмови про невдоволення
2	Постійно неспокійний	Постійно ведуться розмови про невдоволення
3	Епізодично пасивно протестуючий	Час від часу висловлюються протести в усній формі
4	Постійно пасивно протестуючий	Протести в усній формі висловлюються постійно
5	Епізодично активно протестуючий	Час від часу висловлюються протести у формі петицій
6	Постійно активно протестуючий	Постійно висловлюються протести у формі петицій. Мітинги, демонстрації
7	Пасивно агресивний	Попередження про забастовку, пікетування
8	Толерантно агресивний	Попереджувальна забастовка
9	Локально агресивний	Локальні забастовки
10	Активно агресивний	Загальний страйк

дивши статистичний розподіл громадян щодо інтенсивності невдоволення, можна обчислити потужність невдоволення екологічною обстановкою в регіоні. Як відомо з математичної статистики, такі дослідження можна здійснювати на основі репрезентативних вибірок. Статистичні розподіли характеризуються параметрами, насамперед середніми арифметичними величинами й середньоквадратичними відхиленнями, які використовують поряд з показником потужності.

Контрольні питання

1. Як визначається показник потужності класифікованої і стратифікованої множини? Наведіть приклади з різних царин науки.
2. Що означає соціальна вартість?
3. Як визначається потужність множини при тестуванні?
4. Особливості вимірювання громадської думки залежно від показників інтенсивності.
5. Чому громадську думку необхідно визначати у стандартних одиницях соціальної вартості?

Список використаної та рекомендованої літератури

1. *Батыгин Г. С.* Обоснование научного вывода в прикладной социологии. — М., 1986.
2. *Вишнев С. М.* Экономические параметры. — М., 1968.
3. *Гмурман В. Е.* Теория вероятностей и математическая статистика. — М., 1972.
4. *Головач А. В., Ерина А. М., Трофимов В. П.* Критерии математической статистики в экономических исследованиях. — М., 1973.
5. *Дубров А. М.* Обработка статистических данных методом главных компонент. — М., 1978.
6. *Калмык В. А.* Многофакторная модель формирования квалификации рабочих // Количественные методы в социологии. — М., 1966.
7. *Кендэл М.* Ранговые корреляции. — М., 1975.
8. *Количественные* методы в исторических исследованиях. — М., 1984.
9. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. — М., 1974.
10. *Лебег А.* Об измерении величин. — М., 1960.
11. *Лоули Д., Максвелл А.* Факторный анализ как статистический метод. — М., 1967.
12. *Митропольский А. К.* Техника статистических вычислений. — М., 1971.
13. *Осгуд Ч., Суси Дж., Танненбаум П.* Приложение методики семантического дифференциала к исследованиям по эстетике и смежным проблемам // Семиотика и искусствометрия. — М., 1972.
14. *Платонов К. К.* Личность и труд. — М., 1965.
15. *Практикум* по психодиагностике. — М., 1989.
16. *Рабочая* книга социолога. — М., 1983.
17. *Стивенс С.* Математика, измерение, психофизика // Экспериментальная психология. — М., 1960. — Т. 1.
18. *Табин М.* Математические модели социальной диффузии и возможности их приложения // Социология и математика. — Новосибирск, 1970.
19. *Тести* для менеджера. — К., 1992.
20. *Циба В. Т.* Соціологія особистості: системний підхід. — К., 2000.
21. *Цыба В. Т.* Метод главных компонент // Анализ социологической информации с применением ЭВМ. — М., 1975. — Ч. II. — С. 158–180.
22. *Likert R. F.* Technique for the measurement of attitudes // Arch. Psychol. — 1932. — V. 7. — № 140. — P. 1–55.

Післямова

У посібнику зроблено спробу викласти математико-статистичні основи соціологічних досліджень або навіть ширше — математизації статистичних соціальних явищ у поєднанні з кваліметрією — наукою про подання об'єктів суперпозиціями множин-якостей, про їх класифікацію і стратифікацію, визначення комплексів їх екстенсивних й інтенсивних властивостей, їх вимірювання, універсальні концепції і методи якої уможливлюють вимірювання властивостей будь-якої природи. Відомий математик А. Лебег свого часу писав: "…потрібно створити таку теорію, яка могла б прикладатись одночасно до об'ємів, до температури, до апетиту, до державного бюджету, до родючості грунту, до розуму, до рівня води в Сені, до здивування тощо і, зокрема, до величини числа, яке вимірює величину" [10, с. 154]. Саме таку теорію висвітлено в част. II посібника. Крім того, розтлумачено поняття формалізації й операціоналізації сутності явищ, що пов'язані з проблемою вимірювання. Це дало можливість привести різноманітні математичні методи в систему, визначити призначення кожного методу не тільки як способу пізнання явищ, а і як інструменту вимірювання та приведення одержаних даних до сумірних результатів.

ДОДАТКИ

Додаток 1

Таблиця значень функції $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

x	$f(x)$	x	$f(x)$	x	$f(x)$
0,0	0,40	1,0	0,24	2,0	0,05
0,1	40	1,1	22	2,1	04
0,2	39	1,2	19	2,2	04
0,3	38	1,3	17	2,3	03
0,4	37	1,4	15	2,4	02
0,5	35	1,5	13	2,5	02
0,6	33	1,6	11	2,6	01
0,7	31	1,7	09	2,7	01
0,8	29	1,8	08	2,8	01
0,9	27	1,9	07	2,9	00

Додаток 2

Таблиця значень функції $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,0	0,00	1,0	0,34	2,0	0,48
0,1	00	1,1	36	2,1	48
0,2	08	1,2	38	2,2	49
0,3	11	1,3	40	2,3	49
0,4	15	1,4	42	2,4	49
0,5	19	1,5	43	2,5	49
0,6	23	1,6	44	2,6	50
0,7	26	1,7	45	2,9	50
0,8	29	1,8	46	3,0	50
0,9	32	1,9	47	4,0	50
		1,96	475		

Додаток 3

Критичні точки розполілу χ^2

Число ступенів свободи k	Рівень значущості ε				Число ступенів свободи k	Рівень значущості ε			
	0,01	0,05	0,95	0,99		0,01	0,05	0,95	0,99
1	6,6	3,8	0,00	0,00	16	32,0	26,3	7,96	5,81
2	9,2	6,0	0,10	0,02	17	33,4	27,6	8,67	6,41
3	11,3	7,8	0,35	0,11	18	34,8	28,9	9,39	7,01
4	13,3	9,5	0,71	0,30	19	36,2	30,1	10,1	7,63
5	15,1	11,1	1,15	0,55	20	37,6	31,4	10,9	8,26
6	16,8	12,6	1,64	0,87	21	38,9	32,7	11,6	8,90
7	18,5	14,1	2,17	1,24	22	40,3	33,9	12,3	9,54
8	20,1	15,5	2,73	1,65	23	41,6	35,2	13,1	10,2
9	21,7	16,9	3,33	2,09	24	43,0	36,4	13,8	10,9
10	23,2	18,3	3,94	2,56	25	44,3	37,7	14,6	11,5
11	24,7	19,7	4,57	3,05	26	45,6	38,9	15,4	12,2
12	26,2	21,0	5,23	3,57	27	47,0	40,1	16,2	12,9
13	27,7	22,4	5,89	4,11	28	48,3	41,3	16,9	13,6
14	29,1	23,7	6,57	4,66	29	49,6	42,6	17,7	14,3
15	30,6	25,0	7,26	5,23	30	50,9	43,8	18,5	15,0

Додаток 4

Критичні точки розполілу Стьюдента

$t = t(\varepsilon, k)$, де $k = n - 1$, $\varepsilon = 1 - \gamma$ (див. дод. 5)

Число ступенів свободи k	Рівень значущості ε (2-стор. критична область)			Число ступенів свободи k	Рівень значущості ε (2-стор. критична область)		
	0,10	0,05	0,01		0,10	0,05	0,01
1	6,31	12,7	63,7	11	1,80	2,20	3,11
2	2,92	4,30	9,92	12	1,78	2,18	3,05
3	2,35	3,18	5,84	13	1,77	2,16	3,01
4	2,13	2,78	4,60	14	1,76	2,14	2,98
5	2,01	2,57	4,03	15	1,75	2,13	2,95
6	1,94	2,45	3,71	16	1,75	2,12	2,92
7	1,89	2,36	3,50	17	1,74	2,11	2,90
8	1,86	2,31	3,36	18	1,73	2,10	2,88
9	1,83	2,26	3,25	19	1,73	2,09	2,86
10	1,81	2,23	3,17	20	1,73	2,09	2,85

Додаток 5

Таблиця значень розподілу Стьюдента $t_\gamma = t(\gamma, n)$

n \ γ	0,95	0,99	n \ γ	0,95	0,99
5	2,78	4,60	15	2,15	2,98
6	2,57	4,03	16	2,13	2,95
7	2,45	3,71	17	2,12	2,92
8	2,37	3,50	18	2,11	2,90
9	2,31	3,36	19	2,10	2,88
10	2,26	3,25	20	2,09	2,86
11	2,23	3,17	25	2,06	2,79
12	2,20	3,11	30	2,04	2,76
13	2,18	3,06	60	2,00	2,66
14	2,16	3,01	∞	1,96	2,58

ЗМІСТ

The proposed manual consists of three parts. The first part deals with the main conceptions of the probability theory, mathematical statistics, its peculiarities and division of the amount of uncertainty. The second part contains the basics of qualimetrics theory, axiomatic concepts, which are the basis for the measuring of qualities of different nature and comparative analysis of various measurements, systematization of mathematical methods of research. The third part is dedicated to the mathematical methods of sociological research on the basis of qualimetrics approach in their systematization and treatment.

It is meant for students, graduate students, and specialists of liberal arts and natural sciences.

Навчальне видання

Циба Віталій Трохимович

МАТЕМАТИЧНІ ОСНОВИ
СОЦІОЛОГІЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ:
КВАЛІМЕТРИЧНИЙ ПІДХІД

Educational edition

Tsyba, Vitalij T.

MATHEMATICAL BASICS
OF SOCIOLOGICAL RESEARCH:
QUALIMETRICS APPROACH

Відповідальний редактор *І. В. Хронюк*
Редактор *Л. В. Логвиненко*
Коректори *Т. К. Валицька, Т. М. Васильєва*
Комп’ютерна верстка *А. В. Цебренко*
Оформлення обкладинки *М. В. Куліков*

Реєстраційне свідоцтво ДК № 8 від 23. 02.2000

Підп. до друку 20.12.02. Формат $60 \times 84/_{16}$. Папір офсетний. Друк офсетний.
Ум. вид. арк. 14,4. Обл.-вид. арк. 15,0. Тираж 3000 пр. Зам. № 67

Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП)
03039 Київ-39, вул. Фрометівська, 2, МАУП

Поліграфічний центр УТОГ
03038 Київ-38, вул. Нововокзальна, 8